فهرست:

بخش اول – استاتیک

فصل اول – مقدمه و مفاهیم عمومی

۱-۱ تعریف علم مکانیک ۲
۱-۲ مفاهیم اصلی در علم مکانیک ۳
۱-۲-۱- فضا (Space) ۳
۱-۲-۲- زمان (Time) ۳
۱-۲-۳- جرم (Mass) ۳
۱-۲-۴- نیرو (Force) ۳
۱-۳ فرضیات ۳
۱) جسم صلب (Rigid Body) ۳
۲) نقطه مادی (Particle) ۳
۱-۴ قوانین نیوتن ۳
۱-۴-۱- قانون اول نیوتن ۳
۱-۴-۲- قانون دوم نیوتن ۴
۱-۴-۳- قانون سوم نیوتن ۴

فصل دوم – بُردارها

۲-۱ کمیت‌های فیزیکی ۸
۲-۱-۱- کمیت‌های عددی یا اسکالر ۸
۲-۱-۲- کمیت‌های برداری ۸
۲-۲ بردارها (Vector) ۸
۲-۳ انواع بردارها ۹
۲-۳-۱- بردار لغزان ۹
۲-۳-۲- بردار ثابت ۹
۲-۳-۳- بردارهای هم‌سنگ ۹
۲-۳-۴- بردارهای زوج ۹
۲-۳-۵- بردارهای مخالف ۱۰
۲-۳-۶- بردار یکه (واحد) ۱۰
۲-۳-۷- بردار نیرو ۱۰

۲-۴ جمع و تفریق بردارها ۱۱
۲-۴-۱- روش‌های جمع و تفریق بردارها ۱۱
۲-۴-۱-۱- روش ترسیمی ۱۱
الف) روش مثلث ۱۱
ب) روش متوازی‌الاضلاع ۱۲
ج) روش چندضلعی ۱۳
۲-۵ تجزیهٔ یک بردار به مؤلفه‌های آن به روش ترسیمی ۱۶
۲-۶ تجزیهٔ یک بردار به مؤلفه‌های متعامد آن در دستگاه مختصات دکارتی ۱۷
۲-۶-۱- نمایش برداری یک بردار در دستگاه مختصات دکارتی ۱۹
۲-۷ تعیین اندازهٔ یک بردار با استفاده از مؤلفه‌های متعامد آن ۱۹

فصل سوم - نیرو و سامانهٔ نیرویی

۳-۱ انواع نیرو ۲۶
۳-۱-۱- نیروهای خارجی ۲۶
۳-۱-۲- نیروهای داخلی ۲۷
۳-۲ برآیند دو یا چند نیرو ۲۸
۳-۲-۱- محاسبهٔ برآیند سامانهٔ چندنیرویی وارد به نقطهٔ مادی ۲۸
۳-۳ گشتاور، لنگر (مُمان) ۳۳
۳-۴ گشتاور چند نیرو ۳۵
۳-۵ قضیه وارینون ۳۶
۳-۶ زوج‌نیرو ۳۹
۳-۶-۱- خصوصیات زوج نیرو ۳۹

فصل چهارم - تعادل

۴-۱ تعادل ۴۶
۴-۱-۱- تعادل نقطهٔ مادی ۴۷
۴-۱-۱-۲- پیکر آزاد جسم ۴۸
۴-۱-۲- تعادل جسم صلب ۵۰
۴-۲ انواع تکیه‌گاه‌ها و عکس‌العمل‌های آن‌ها ۵۱
۴-۲-۱- انواع تکیه‌گاه‌ها ۵۱
۴-۳ محاسبه عکس العمل های تکیه‌گاهی اجسام صلب ۵۳

فصل پنجم – تحلیل سازه‌های ساختمانی

۵-۱ خرپا (Truss) ۶۵
۵-۱-۱- انواع خرپا ۶۵
۵-۱-۲- شکل خرپاها ۶۶
۵-۱-۳- فرضیات تحلیل خرپاها ۶۷
۵-۱-۴- روش تحیل خرپا ۶۸
۵-۱-۵- روش مفاصل (گره‌ها) در تحلیل خرپاها ۶۸
۵-۱-۶- اعضای صفر نیرویی ۷۲
۵-۲ تحلیل تیرها ۷۳
۵-۲-۱- تعریف تیر (Beam) ۷۳
۵-۲-۲- انواع تیرها از نظر شرایط تکیه‌گاهی ۷۳
۵-۲-۳- انواع بارهای وارد به تیر ۷۴
۵-۲-۴- رفتار تیر تحت تأثیر بارهای خارجی ۷۵
۵-۲-۵- تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیرها با بار گسترده یکنواخت ۷۵
۵-۲-۶- نیروهای داخلی در تیرها با بار متمرکز ۷۷
۵-۲-۶-۱- علائم قرار دادی نیروهای داخلی تیرها ۷۸
۵-۲-۶-۲- محاسبهٔ نیروهای داخلی تیرها با بار متمرکز ۷۸
۵-۲-۷- مقادیر حداکثر نیروهای برشی و لنگر خمشی در تیرها با بار متمرکز ۸۰
۵-۲-۸- ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی تیرها با بار متمرکز ۸۱

فصل ششم – خواص هندسی سطوح

۶-۱ گشتاور اول سطح (ممان استاتیک) ۹۴
۶-۲ گشتاور اول (ممان استاتیک) سطوح مرکب ۹۷
۶-۳ مرکز سطح سطوح مرکب ۹۹
۶-۴ استفاده از تقارن در تعیین مرکز سطح سطوح متقارن ۱۰۲
۶-۴-۱- سطوح با یک محور تقارن ۱۰۲
۶-۴-۲- سطوح با دو محور تقارن ۱۰۲
۶-۵ گشتاور دوم سطح (ممان اینرسی) (Moment of Inertia) ۱۰۴
۶-۶ قضیه محورهای موازی ۱۰۶
۶-۷ محاسبه ممان اینرسی سطوح مرکب ۱۰۸

۶- ۸ مدول مقطع (اساس مقطع) (Section Modulus) ۱۰۹
۶- ۹ مشخصات هندسی مقاطع نوردشده ۱۱۳

بخش دوم - مقاومت مصالح

فصل هفتم - نیرو و تنش محوری

۷-۱ نیروهای محوری (Axial Load) ۱۲۳
۷-۲ تنش محوری (Axial Stress) ۱۲۴
۷-۳ تغییر طول اجسام تحت تاثیر بارهای محوری ۱۲۸

فصل هشتم - نیرو و تنش برشی

۸-۱ نیروی برشی (مماسی) ۱۳۶
۸-۲ تنش‌های برشی (مماسی) ۱۳۷
۸-۳ بررسی رفتار اتصالات برشی ساده با پیچ یا پرچ ۱۳۸
۸-۳-۱- تنش کششی حداکثر ایجاد شده در ورق‌ها ۱۳۸
۸-۳-۲- تنش لهیدگی ۱۳۹
۸-۳-۳- تنش برشی در پیچ‌ها یا پرچ‌ها ۱۳۹
۸-۳-۴- گسیختگی برشی ورق ۱۴۰

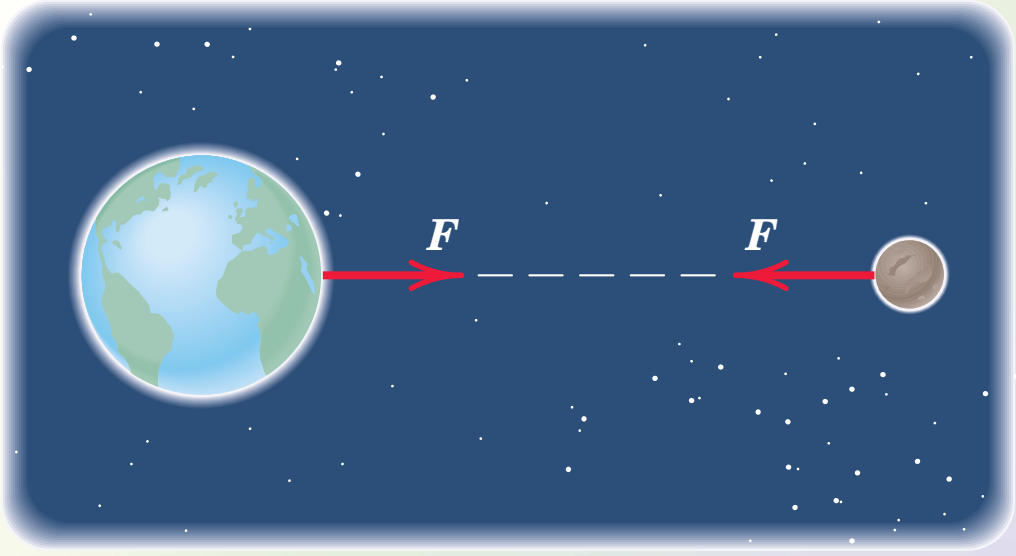
فصل نهم - تنش در تیرها

۹-۱ تنش خمشی در تیرها با مقطع متقارن ۱۴۶
۹-۱-۱- تنش‌های خمشی حداکثر در تیر ۱۴۷
۹-۲ تنش برشی متوسط تیرهای با مقطع I شکل ۱۵۰
۹-۳ تعیین شمارهٔ مقطع تیر فولادی با استفاده از تنش خمشی ماکزیمم تحت بار متمرکز ... ۱۵۲

ضمیمه - جداول مشخصات نیم‌رخ‌های فولادی ۱۵۷
منابع و مآخذ ۱۶۴

فصل اول

مقدمه و مفاهیم عمومی



هدف‌های رفتاری

پس از آموزش این فصل از فراگیر انتظار می‌رود بتواند:

۱- علم مکانیک را تعریف نماید.

۲- حوزه‌های علم مکانیک را بشناسد.

۳- مفاهیم اصلی در علم مکانیک را بشناسد و تعریف نماید.

۴- فرضیات علم مکانیک را توضیح دهد.

۵- قوانین نیوتن را تعریف کند.

۶- کاربرد پیشوندهای واحدهای اندازه‌گیری را بداند.

مقدمه:

۱-۱ تعریف علم مکانیک:

علم مکانیک علمی است که شرایط سکون و حرکت اجسام تحت تاثیر نیرو را بررسی می‌کند.

حوزه‌های علم مکانیک:

۱- مکانیک اجسام صلب
- **استاتیک**: اجسام صلب ساکن را مورد بررسی قرار می‌دهد.
- **دینامیک**: اجسام صلب متحرک را مورد بررسی قرار می‌دهد.

۲- مکانیک اجسام تغییرشکل‌پذیر (مقاومت مصالح)

۳- مکانیک سیالات (مایعات و گازها)

در این کتاب از حوزه‌های فوق، در بخش اول با مکانیک اجسام صلب ساکن (استاتیک) و در بخش دوم تا حدودی با مکانیک اجسام تغییرشکل‌پذیر (مقاومت مصالح)آشنا می‌شویم.

تاریخ مهندسی (مطالعه آزاد)

محمد کرجی از نوابغ مهندسی ایران در بیش از هزار سال پیش بوده است.
کرجی در کتاب «استخراج آب‌های زیرزمینی» به‌وضوح از کرویّت زمین و قوهٔ جاذبه و قوانین تعادل و حرکت، که برخی از آن‌ها چندین قرن بعد توسط دانشمندان اروپایی مطرح شد سخن می‌گوید.

۱-۲ مفاهیم اصلی در علم مکانیک:

مفاهیم اصلی و مورد استفاده در علم مکانیک و معرفی یکاهای اندازه‌گیری آن‌ها در سامانهٔ بین‌المللی یکاها (SI) به شرح زیر می‌باشد.

۱-۲-۱- فضا (Space):

ناحیه هندسی است که رویدادهای فیزیکی در آن رخ می‌دهد. موقعیت هر نقطه در فضا را مکان می‌نامیم که نسبت به یک نقطهٔ مرجع تعیین می‌شود و واحد اندازه‌گیری آن در سامانهٔ SI ، متر (m) می‌باشد.

۱-۲-۲- زمان (Time):

فاصلهٔ بین وقوع دو رویداد فیزیکی زمان نام دارد و واحد اندازه‌گیری آن ثانیه (s) می‌باشد.

۱-۲-۳- جرم (Mass):

هر چیزی که فضا را اشغال نماید ماده نام دارد و جسم ماده‌ای است که به‌وسیلهٔ یک سطح بسته محدود شده است. مقدار مادهٔ تشکیل دهندهٔ هر جسم را جرم آن جسم می‌نامیم و واحد اندازه‌گیری آن کیلوگرم (kg) است.

۱-۲-۴- نیرو (Force):

تأثیر یک جسم بر جسم دیگر را نیرو می‌نامیم و واحد اندازه‌گیری آن نیوتن (N) است.

۱-۳ فرضیات:

در علم مکانیک به منظور ساده‌تر شدن حل مسائل، فرضیاتی به شرح زیر در نظر گرفته می‌شود.

۱) جسم صلب (Rigid Body):

جسمی است که در اثر اِعمال نیرو تغییر شکل ندهد.

۲) نقطه مادی (Particle):

جسمی است که از ابعاد آن صرف‌نظر می‌شود؛ به عنوان مثال می‌توان کره زمین را در فضا به صورت یک نقطه مادی در نظر گرفت.

۱-۴ قوانین نیوتن:

مکانیک اجسام صلب بر اساس قوانین نیوتن به‌شرح زیر استوار است:

۱-۴-۱- قانون اول نیوتن:

هرگاه مجموع نیروهای وارد بر یک جسم صفر باشد:

- اگر جسم ساکن باشد تا ابد ساکن باقی می‌ماند.
- اگر در حال حرکت باشد به حرکت یکنواخت و مستقیم‌الخط خود ادامه می‌دهد.

۱-۴-۲- قانون دوم نیوتن:

هرگاه مجموع نیروهای وارد بر یک جسم صفر نباشد، آن جسم شتابی متناسب با مجموع نیروها و در راستای آن می‌گیرد. قانون دوم نیوتن با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$F = m.a \qquad (۱-۱)$$

در این رابطه:

F مجموع نیروهای وارد بر جسم بر حسب **N**

m جرم جسم بر حسب **kg**

a شتاب ایجاد شده در جسم بر حسب $\frac{m}{s^2}$ می‌باشد.

یک مورد خاص و بسیار مهم این قانون وزن اجسام است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف وزن (Weight):

وزن نیرویی است که از طرف زمین به اجسام وارد می‌شود و با رابطه (۱-۲) بیان می‌گردد که شباهت زیادی با رابطه **F=m.a** دارد.

$$w = m.g \qquad (۱-۲)$$

w : وزن جسم بر حسب نیوتن

m : جرم جسم بر حسب **kg**

g : شتاب جاذبه زمین معادل ($g = ۹/۸۱ \simeq ۱۰ \frac{m}{s^2}$) می‌باشد.

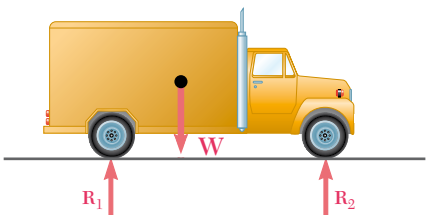
تذکر:

واحد دیگر وزن، کیلوگرم‌نیرو (**kgf**) می‌باشد که معادل ۱۰ نیوتن است یعنی:

$$۱kgf \simeq ۱۰N$$

۱-۴-۳- قانون سوم نیوتن:

هر عملی را عکس‌العملی است مساوی با آن و در جهت خلاف آن.



شکل ۱-۱

یادآوری:

در این کتاب از سامانه بین‌المللی واحدهای اندازه‌گیری (SI) استفاده می‌کنیم که در اکثر کشورها نیز پذیرفته شده است.

واحدهای اندازه‌گیری کمیت‌ها در کتاب محاسبات فنی ساختمان بیان گردیده و در این جا به منظور تکمیل آن پیشوندهای واحدهای اندازه‌گیری را یادآوری می‌نمائیم و مزیت آن در این است که با استفاده از این پیشوندها از نوشتن اعداد خیلی بزرگ و خیلی کوچک اجتناب می‌شود. به عنوان مثال می‌توان ۲۴۷۵۰۰ N را به صورت ۲۴۷/۵ kN و یا ۰/۰۰۵۴۶ m را ۵/۴۶ mm نوشت.

تذکر:

بین پیشوند و واحد اندازه‌گیری مورد نظر از هیچ علامتی استفاده نمی‌شود اما بین دو واحد اندازه‌گیری مختلف هر علامتی نظیر × و / می‌تواند وجود داشته باشد به طور مثال:

N.m یعنی نیوتن‌متر و nm یعنی نانومتر (10^{-9} m)

جدول (۱-۱) پیشوندهای آحاد اندازه‌گیری

نام پیشوند	علامت اختصاری	مقدار عددی	شکل توانی
پیکو	p	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱	10^{-12}
نانو	n	۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱	10^{-9}
میکرو	μ	۰/۰۰۰۰۰۰۱	10^{-6}
میلی	m	۰/۰۰۱	10^{-3}
کیلو	K	۱,۰۰۰	10^{3}
مگا	M	۱,۰۰۰,۰۰۰	10^{6}
گیگا	G	۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	10^{9}
ترا	T	۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	10^{12}

خودآزمایی

۱- اصطلاحات زیر را تعریف کنید:

علم مکانیک - استاتیک - دینامیک - جسم صلب - نقطهٔ مادی

۲- علم مکانیک به چند حوزه تقسیم می‌شود؛ نام ببرید.

۳- مفاهیم اصلی در علم مکانیک را نام برده و هر یک را توضیح دهید.

۴- قوانین نیوتن را نام برده و هر یک را توضیح دهید.

۵- جرم جسمی **kg** ۶۰ است. وزن آن را بر حسب **N** و **kgf** محاسبه کنید.

۶- به واحدهای خواسته شده تبدیل کنید:

الف) $۱/۵\ \text{kN} = ?\ \text{N}$

ب) $\text{kN.cm} = ?\ \text{N.m}$

ج) $۱۲\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^۲} = ?\ \text{M}\frac{\text{N}}{\text{m}^۲}$

د) $۲۵\ \text{MN.m} \quad ?\ \text{N.cm}$

ه) $۲\ \mu\text{N.Mm} = ?\ \text{N.m}$

و) $\frac{\text{kN}}{\text{mm}^۲} = ?\ \frac{\text{N}}{\text{m}^۲}$

ز) $۱۸\ \frac{\text{kN}}{\text{mm}^۲} = ?\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^۲}$

تاریخ مهندسی (مطالعه آزاد)

اخوان‌الصفا گروهی از متفکران و فیلسوفان بودند که در سال ۳۷۳ هجری در بصره به‌صورت انجمنی مخفی گرد آمدند. نام افراد این انجمن تماماً مشخص نیست ولی بعضی از افراد این گروه، ایرانی بوده‌اند: ابوسلیمان محمدبن مشیر بستی مقدسی و ابوالحسن علی‌بن هارون زنجانی و محمدبن احمد نهرجوری از جمله ایرانیان اخوان‌الصفا بوده‌اند.

گزیده‌ای از نظرات اخوان‌الصفا دربارهٔ پدیدارهای طبیعی که در بخشی از رسایل آن‌ها موسوم به «حدود و رسوم» آمده است تعاریف بنیادی استاتیک و مقاومت مصالح است که در زیر نقل گردیده‌اند.

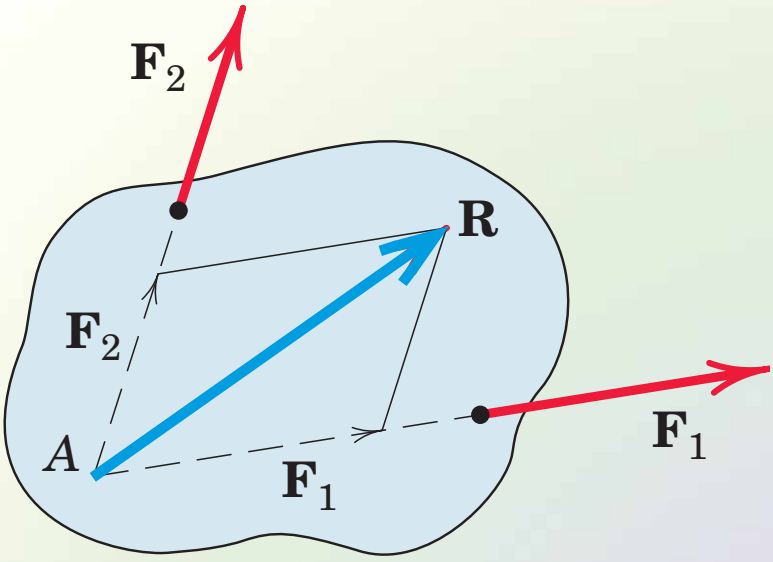
مکان: هر موضوعی که شیء متمکن را در بر گیرد، و آن نهایات جسم است.

زمان: شمارهٔ حرکت‌های سپهر، و تکرار شب و روز است.

جسم: هر چیزی که طول و عرض و عمق داشته باشد.

فصل
دوم

بُردارها



هدف‌های رفتاری

پس از آموزش این فصل از فراگیر انتظار می‌رود بتواند:

۱- کمیت‌های فیزیکی را بشناسد.

۲- انواع بردارها را تعریف نماید.

۳- جمع و تفریق بردارها را به روش ترسیمی انجام دهد.

۴- یک بردار را به مؤلفه‌های آن تجزیه نماید.

۵- نمایش برداری بردارها را بداند.

۶- مقدار بردار را با استفاده از مؤلفه‌های متعامد آن محاسبه نماید.

۲-۱ کمیت‌های فیزیکی

۲-۱-۱- کمیت‌های عددی یا اسکالر

کمیت‌هایی هستند که فقط دارای اندازه یا مقدار می‌باشند؛ مانند جرم، زمان، طول جسم و کار و انرژی.

۲-۱-۲- کمیت‌های برداری

کمیت‌هایی هستند که علاوه بر مقدار دارای جهت و راستا نیز می‌باشند. مانند: بردارهای نیرو، گشتاور، سرعت، شتاب و جابجایی.

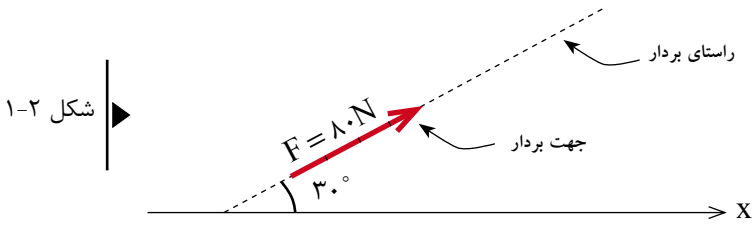
۲-۲ بردارها (Vector)

هر بردار به صورت یک پیکان با طولی متناسب با مقدار آن ترسیم می‌شود

به عنوان مثال در شکل (۲-۱)، بردار نیروی ($\vec{F}$) با مقدار N ۸۰ و با زاویه 30° نسبت به محور x و در جهت و راستای نشان داده شده ترسیم شده است.

نکته:

زاویه امتداد هر بردار باید با یک امتداد مبنا که معمولاً امتدادهای x یا y است، مشخص شود.

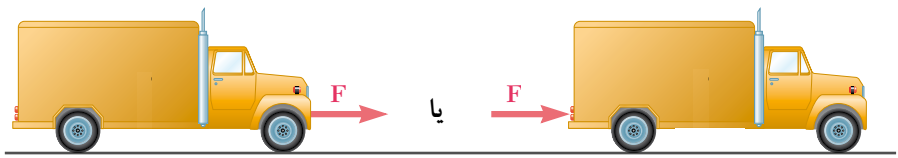


شکل ۲-۱

۲-۳ انواع بردارها

۲-۳-۱- بردار لغزان

برداری است که اگر در راستای خود جابه‌جا شود، اثر آن بر جسم تغییر ننماید. همانند نیروی **F** در شکل (۲-۲)



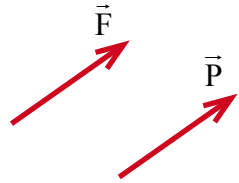
شکل ۲-۲

۲-۳-۲- بردار ثابت

برداری است که مکان معینی را در فضا اشغال می‌کند و نمی‌توان آن‌را جابجا نمود. مثلاً ضربه‌ای که به سر انسان وارد می‌شود با ضربه‌ای که با همان مقدار و همان جهت به پای او وارد می‌آید متفاوت است.

۲-۳-۳- بردارهای هم‌سنگ

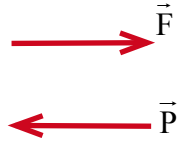
دو بردار مساوی، موازی و هم‌جهت را بردارهای هم‌سنگ می‌نامیم. شکل (۲-۳)



شکل ۲-۳

۲-۳-۴- بردارهای زوج

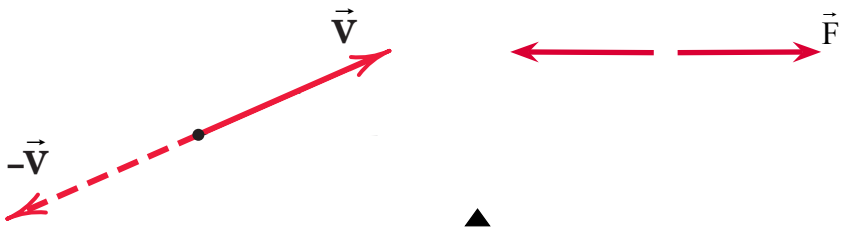
دو بردار مساوی، موازی و مختلف‌الجهت را بردارهای زوج می‌نامیم. شکل (۲-۴)



شکل ۲-۴

۲-۳-۵- بردارهای مخالف

دو بردار مساوی، هم‌راستا و مختلف‌الجهت را بردارهای مخالف گویند. شکل (۲-۵)



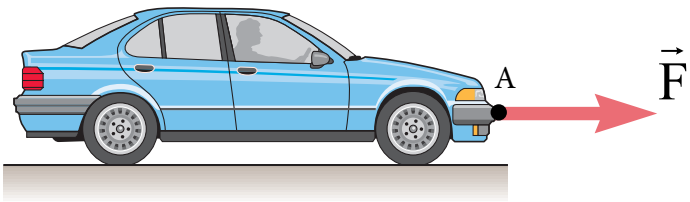
شکل ۲-۵

۲-۳-۶- بردار یکه (واحد)

برداری که مقدار (اندازه) آن برابر واحد است را بردار یکه یا واحد می‌نامیم.

۲-۳-۷- بردار نیرو

برداری است که علاوه بر مقدار، جهت و راستا دارای نقطه اثر نیز می‌باشد و واحد اندازه‌گیری آن نیوتن (N) است و مطابق قانون دوم نیوتن به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل ۲-۶

تعریف نیوتن با استفاده از قانون دوم نیوتن

یک نیوتن مقدار نیرویی است که اگر به جرم یک کیلوگرم وارد شود، در آن شتابی معادل یک متر بر مجذور ثانیه و در جهت اِعمال نیرو ایجاد نماید.

$$F = m.a$$

$$1N = 1kg \times 1\frac{m}{s^2}$$

۲-۴ جمع و تفریق بردارها

عملیات جمع و تفریق کمیت‌های برداری با جمع و تفریق کمیت‌های عددی (اسکالر) متفاوت است. در این کتاب برای نشان دادن یک بردار مانند $\vec{V}$ از علامت (⟶) در بالای آن استفاده می‌شود و برای نشان دادن مقدار (اندازه) آن بردار علامت (⟶) بالای آن برداشته می‌شود.

$\vec{V}$: بردار V

V : اندازه یا مقدار بردار V

۲-۴-۱- روش‌های جمع و تفریق بردارها

جمع و تفریق بردارها به دو روش ۱- ترسیمی ۲- محاسباتی انجام می‌شود که در این فصل با روش ترسیمی و در فصل بعد با روش‌های محاسباتی آشنا خواهید شد.

۲-۴-۱-۱- روش ترسیمی

در این روش با استفاده از وسایل ترسیم و مقیاس مناسب جمع و تفریق بردارها انجام می‌شود. روش‌های ترسیمی جمع و تفریق بردارها شامل سه روش زیر می‌باشد:

الف) روش مثلث

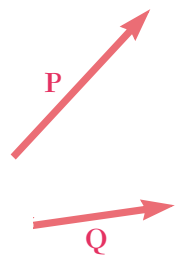
ب) روش متوازی‌الاضلاع

ج) روش چندضلعی

لازم به ذکر است که روش‌های مثلث و متوازی‌الاضلاع برای مجموع یا تفاضل دو بردار و روش چندضلعی برای مجموع یا تفاضل بیش از دو بردار مناسب می‌باشند.

الف) روش مثلث

دو بردار $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ مطابق شکل (۲-۷) مفروض است. برای به‌دست آوردن مجموع آن‌ها یعنی $\vec{P}+\vec{Q}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:



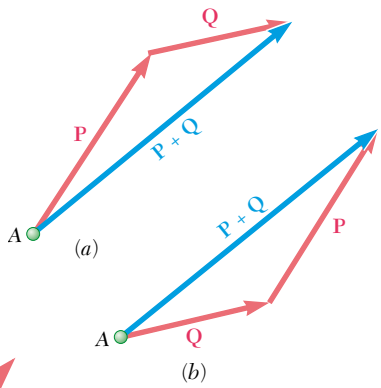
شکل ۲-۷

۱) از نقطه دلخواه مانند **A** هم‌سنگ یکی از بردارها ترسیم می‌شود

۲) از انتهای بردار اول هم‌سنگ بردار دوم ترسیم می‌شود

۳) برداری که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار دوم وصل می‌شود مجموع دو بردار خواهد بود که مقدار آن به‌وسیلهٔ خط‌کش مقیاس اندازه‌گیری می‌شود: شکل (۲-۸)

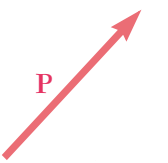
$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} \qquad (۱-۲)$$



شکل ۲-۸

ب) روش متوازی‌الاضلاع

دو بردار $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ مطابق شکل (۲-۹) مفروض است و مجموع آن‌ها یعنی $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$ مدنظر می‌باشد. طبق قانون متوازی‌الاضلاع به شرح زیر عمل می‌نمائیم: شکل (۲-۱۰)

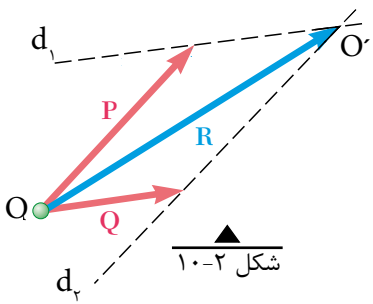


شکل ۲-۹

۱) از نقطه دلخواه مانند **O** هم‌سنگ بردارهای $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ ترسیم می‌نمائیم

۲) از انتهای بردار $\vec{P}$ به موازات بردار $\vec{Q}$ خطی ترسیم می‌شود (خط d_1)

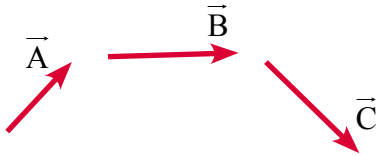
۳) از انتهای بردار $\vec{Q}$ به موازات بردار $\vec{P}$ خطی ترسیم می‌شود (خط d_2) تا خط d_1 را در نقطه **O'** قطع نماید.



شکل ۲-۱۰

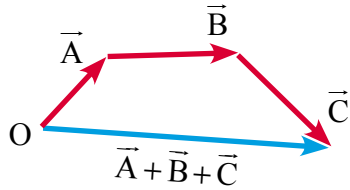
۴) برداری که از **O** به **O'** ترسیم می‌شود همان مجموع دو بردار $\vec{P}$ و $\vec{Q}$ یعنی $\vec{R}$ خواهد بود که مقدار آن به وسیله خط‌کش مقیاس برداشت می‌شود.

ج) روش چندضلعی



شکل ۲-۱۱

در این روش به منظور ترسیم مجموع چند بردار مانند شکل (۲-۱۱) از یک نقطه دلخواه مانند **O** هم‌سنگ بردار اول را رسم می‌کنیم و از انتهای بردار رسم شده هم‌سنگ بردار دوم ترسیم می‌شود. این روند تا ترسیم تمامی بردارها ادامه می‌یابد؛ برداری که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر رسم می‌شود، مجموع بردارها خواهد بود. شکل (۲-۱۲)



شکل ۲-۱۲

نکته ۱)

هر گاه انتهای آخرین بردار بر ابتدای بردار اول منطبق گردد (یک چندضلعی بسته تشکیل شود)، مجموع بردارها صفر خواهد بود.

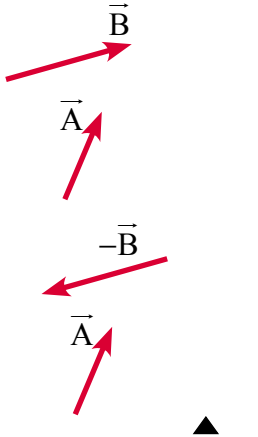
نکته ۲)

در حالتی که بردارها موازی یا هم‌راستا باشند، برای جمع و تفریق آن‌ها کافی‌است با در نظر گرفتن جهت بردارها، آن‌ها را روی یک محور ترسیم نمود.

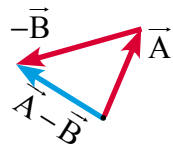
تذکر:

عملیات تفریق دو یا چند بردار به روش‌های فوق با استفاده از تعریف بردار مخالف مطابق شکل (۲-۱۳) امکان‌پذیر است. یعنی:

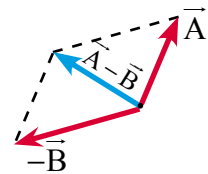
$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B}) \qquad (۲-۲)$$



شکل ۲-۱۳



تفاضل بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$
به روش مثلث

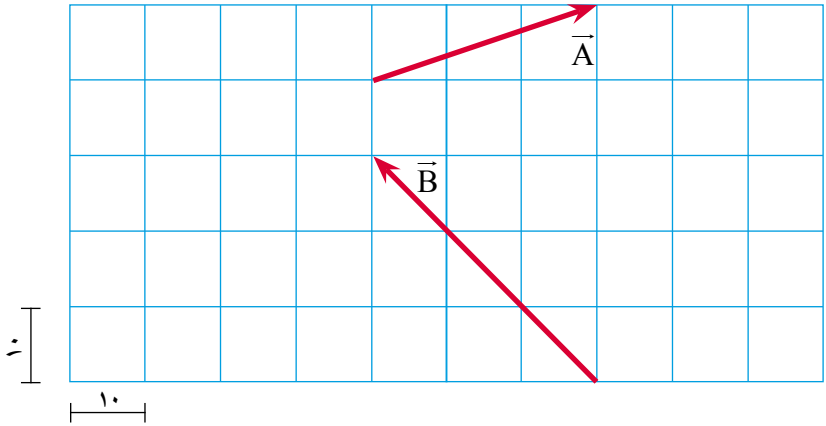


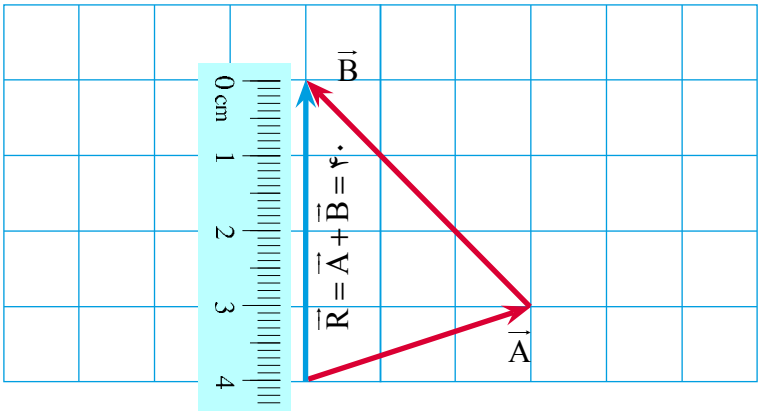
تفاضل بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$
به روش متوازی‌الاضلاع

مثال ۱

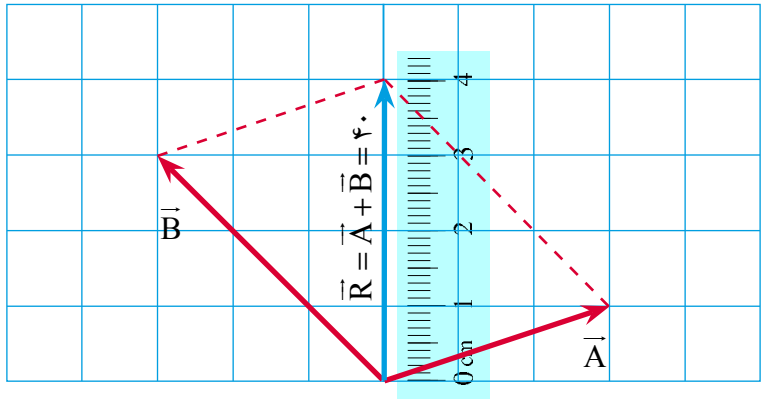
در شکل زیر بردارهای $\vec{A}+\vec{B}$ و $\vec{A}-\vec{B}$ را به روش ترسیمی نشان داده و اندازهٔ تقریبی آن‌را با خط‌کش مقیاس برداشت نمایید.

(ابعاد شبکه برابر ۱۰ واحد است)

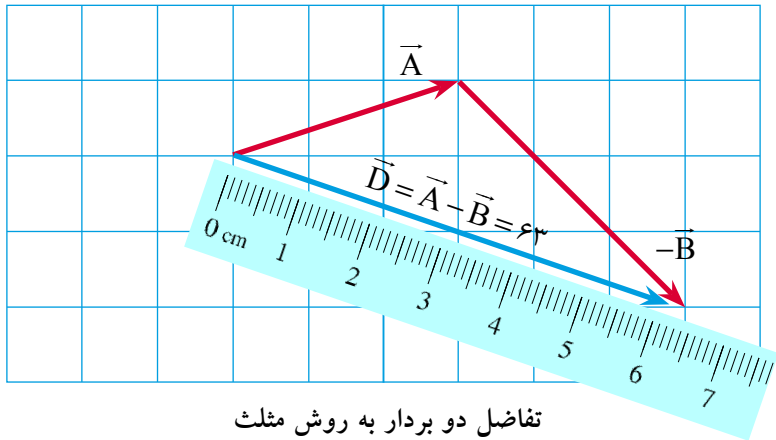




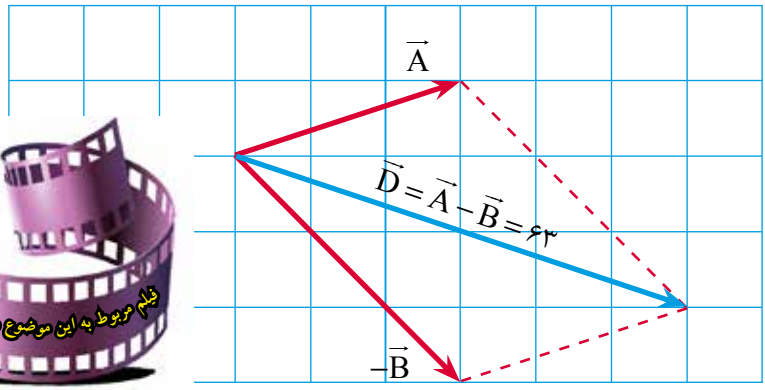
مجموع دو بردار به روش مثلث



مجموع دو بردار به روش متوازی‌الاضلاع



تفاضل دو بردار به روش مثلث



تفاضل دو بردار به روش متوازی‌الاضلاع

۵-۲ تجزیهٔ یک بردار به مؤلفه‌های آن به روش ترسیمی

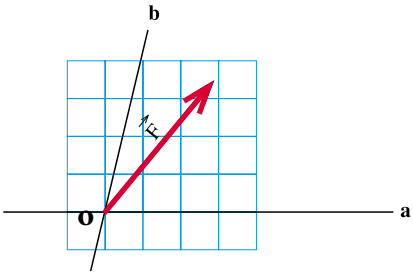
همان‌گونه که در قسمت قبل دیدیم دو بردار با امتداد و مقادیر مشخص را می‌توان با استفاده از روش‌های مثلث یا متوازی‌الاضلاع با یکدیگر جمع نمود و مجموع آن‌ها را به‌دست آورد؛ که این بردارِ مجموع را برآیند دو بردار اولیه نیز می‌نامند. حال چنان‌چه دو امتداد دلخواه در صفحه داشته باشیم و برداری به نام $\vec{F}$ نیز داده شده باشد می‌توان آن را بر روی دو امتداد مورد نظر به شرح ذیل تجزیه نمود که عکس عمل جمع دو بردار می‌باشد. شکل‌های (۲-۱۴) و (۲-۱۵)

۱) از انتهای بردار $\vec{F}$ دو خط به موازات محورهای **a** و **b** ترسیم نموده (خطوط **a'** و **b'**) تا آن‌ها را در نقاط O_1 و O_2 قطع نماید.

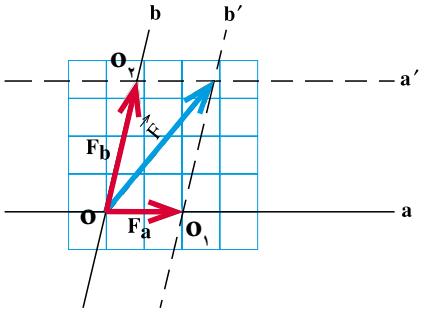
۲) بردار $\overrightarrow{OO_1}$ مؤلفهٔ $\vec{F}$ روی امتداد **a** خواهد بود که با $\overrightarrow{F_a}$ نشان داده می‌شود.

۳) بردار $\overrightarrow{OO_2}$ مؤلفهٔ $\vec{F}$ روی امتداد **b** خواهد بود که با نماد $\overrightarrow{F_b}$ نشان داده می‌شود.

روش فوق، روش کلی برای تجزیهٔ یک بردار است. حالت خاصی از آن تجزیهٔ یک بردار روی دو محور متعامد (عمود بر هم) است که کاربرد زیای در حل مسائل ایستایی دارد.



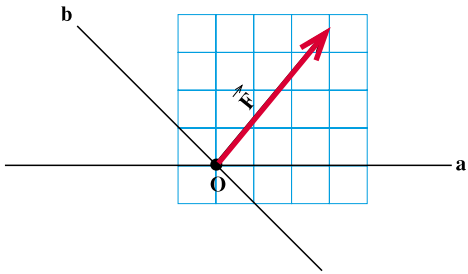
شکل ۲-۱۴



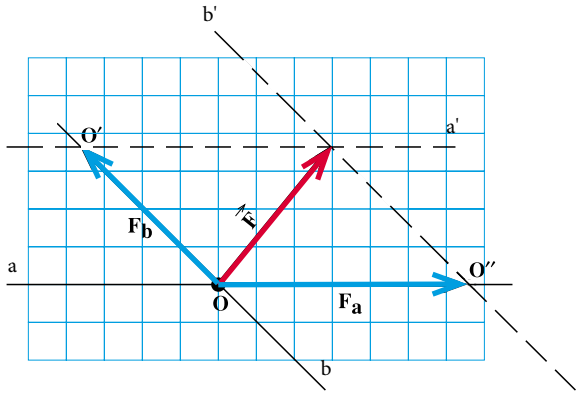
شکل ۲-۱۵

مثال ۲

در شکل روبه‌رو بردار **F** را روی امتدادهای **a** و **b** تجزیه کنید.

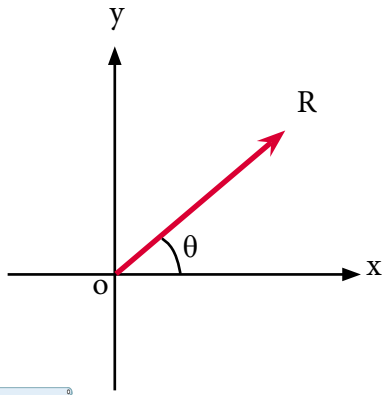


حل:



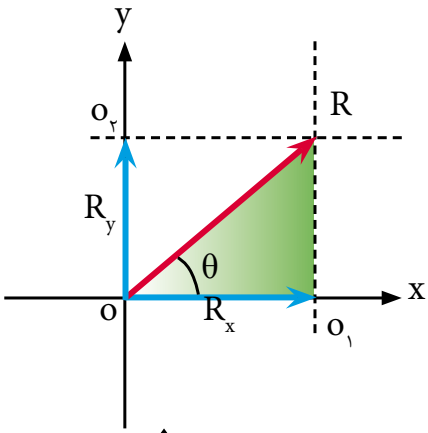
۶-۲ تجزیهٔ یک بردار به مؤلفه‌های متعامد آن در دستگاه مختصات دکارتی

مطابق شکل (۲-۱۶) بردار $\vec{R}$ با زاویه θ نسبت به محور **x** مفروض است. می‌خواهیم آن را روی محورهای متعامد **x** و **y** تجزیه نمائیم. چنان‌چه مطابق مراحل سه‌گانه در بخش (۲-۵) عمل کنیم، به شکل (۲-۱۷) خواهیم رسید.



شکل ۲-۱۶

اندازه یا مقدار مؤلفه‌های R_x و R_y با استفاده از روابط مثلثاتی در مثلث رنگ شدهٔ شکل (۲-۱۷) به شکل زیر محاسبه می‌شوند:



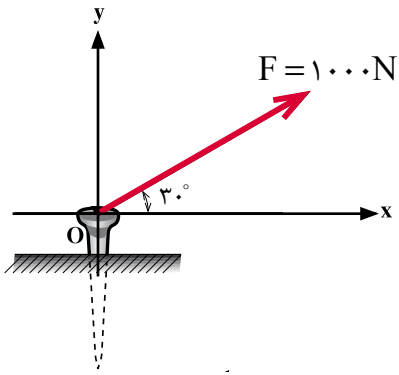
شکل ۲-۱۷

$$\cos\theta = \frac{R_x}{R} \Rightarrow R_x = R.\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{R_y}{R} \Rightarrow R_y = R.\sin\theta \qquad (۳-۲)$$

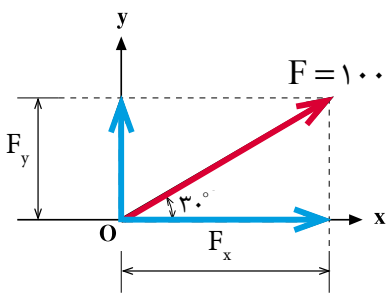
مثال ۳

نیروی **F** مطابق شکل بر میخی وارد می‌شود. مطلوب‌است تجزیه این نیرو روی محورهای **x** و **y** و محاسبه مقادیر مؤلفه‌ها.



حل:

نیروی **F** را به مؤلفه‌های متعامد تجزیه می‌کنیم.



$$F_x = F\cos\theta = ۱۰۰۰\times\cos ۳۰^\circ \Rightarrow \boxed{F_x = ۸۶۶/۰۲\ N}$$

$$F_y = F\sin\theta = ۱۰۰۰\times\sin ۳۰^\circ \Rightarrow \boxed{F_y = ۵۰۰\ N}$$

۲-۶-۱- نمایش برداری یک بردار در دستگاه مختصات دکارتی

در دستگاه مختصات دکارتی محورهای **ox** و **oy** بر یکدیگر عمود بوده و بردارهای واحد (یکه) روی آن‌ها به ترتیب با $\vec{i}$ و $\vec{j}$ نمایش داده می‌شوند و برداری مانند بردار $\vec{R}$ در این دستگاه با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} \qquad (۴-۲)$$

که در رابطهٔ بالا R_x مؤلفهٔ $\vec{R}$ روی محور **x** و R_y مؤلفهٔ $\vec{R}$ روی محور **y** می‌باشد.

مثال ۴

فرم برداری بردار **F** در شکل (مثال ۳) را بنویسید.

حل:

فرم برداری بردار $\vec{F}$ به صورت $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$ می‌باشد.

با توجه به نتایج مثال ۳ داریم: $F_x = ۸۶۶/۰۲N$

$F_y = ۵۰۰N$

بنابراین: $\vec{F} = ۸۶۶/۰۲\vec{i} + ۵۰۰\vec{j}$

۲-۷ تعیین اندازهٔ یک بردار با استفاده از مؤلفه‌های متعامد آن

همان‌طور که یک بردار را می‌توان به دو مؤلفه روی امتدادهای مختلف تجزیه کرد می‌توان به کمک مؤلفه‌های یک بردار، اندازهٔ بردار و زاویهٔ آن‌را به کمک رابطهٔ فیثاغورث و نسبت‌های مثلثاتی تعیین کرد.

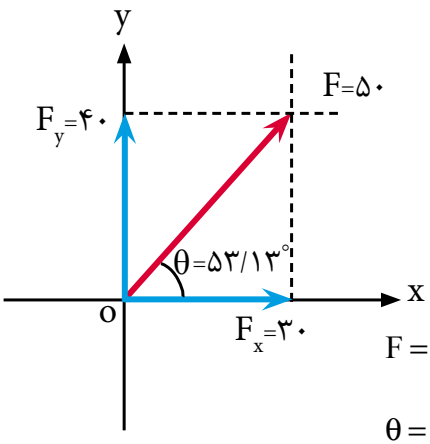
هر گاه برداری مانند $\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j}$ داشته باشیم، می‌توان اندازه **R** و زاویه آن‌را با امتداد **x** به صورت زیر تعیین نمود:

مقدار (اندازه) بردار **R**

$$R = \sqrt{R_x^{۲} + R_y^{۲}} \qquad (۵-۲)$$

زاویه بردار **R** نسبت به محور **x** ها

$$\theta = \tan^{-۱}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| \qquad (۶-۲)$$



مثال ۵

بردار $\vec{F}=(۳۰\,\vec{i}+۴۰\,\vec{j})$ را ترسیم نموده، مقدار و زاویهٔ آن‌را با محور **x** ها به‌دست آورید.

$$F=\sqrt{F_x^{۲}+F_y^{۲}} \Rightarrow F=\sqrt{۳۰^{۲}+۴۰^{۲}} \Rightarrow \boxed{F=۵۰}$$

$$\theta=\tan^{-۱}\left|\frac{F_y}{F_x}\right| \Rightarrow \theta=\tan^{-۱}\left|\frac{۴۰}{۳۰}\right| \Rightarrow \boxed{\theta=۵۳/۱۳^\circ}$$

خلاصه فصل

- کمیت‌های فیزیکی به دو دستهٔ کلی تقسیم می‌شوند:

الف- کمیت‌های اسکالر (عددی) ب- کمیت‌های برداری

- بردارهای یکه (واحد) روی محورهای **x** و **y** در دستگاه مختصات دکارتی به ترتیب با $\vec{i}$ و $\vec{j}$ نمایش داده می‌شوند.
- جمع و تفریق کمیت‌های برداری با جمع و تفریق کمیت‌های عددی متفاوت می‌باشد.
- جمع و تفریق دو یا چند بردار به صورت ترسیمی با روش‌های مثلث و متوازی‌الاضلاع و چندضلعی، انجام می‌شود.
- هر بردار را می‌توان روی دو محور دلخواه به مؤلفه‌های آن تجزیه نمود.
- مؤلفه‌های متعامد یک بردار در صفحه مختصات دکارتی با روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$R_x=R.\cos\theta$$
$$R_y=R.\sin\theta$$

- فرم برداری یک بردار با استفاده از مؤلفه‌های متعامد آن در صفحهٔ مختصات دکارتی عبارت‌است از: $\vec{R}=R_x\vec{i}+R_y\vec{j}$
- برای جمع و تفریق بردارهای هم‌راستا و یا موازی کافی است اندازهٔ آن‌ها را با یکدیگر به صورت جبری جمع و یا تفریق نمود.
- اندازه برداری مانند $\vec{R}=R_x\vec{i}+R_y\vec{j}$ و زاویهٔ آن با محور **x** ها از روابط زیر تعیین می‌شوند:

اندازه بردار **R**
$$R=\sqrt{R_x^{۲}+R_y^{۲}}$$

زاویه بردار **R** با محور **x**
$$\theta=\tan^{-۱}\left|\left(\frac{R_y}{R_x}\right)\right|$$

خودآزمایی

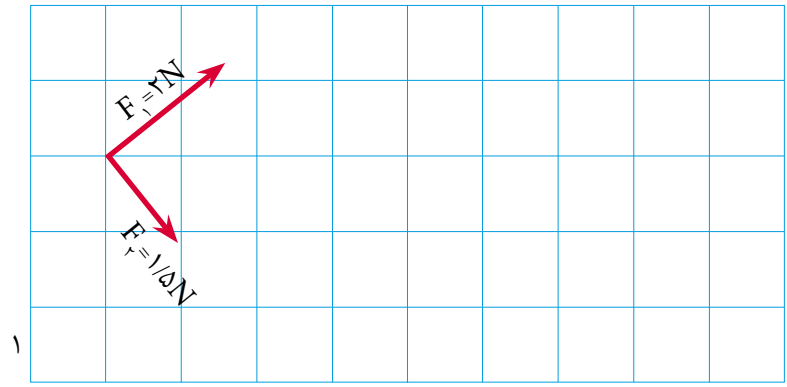
۱- کمیت‌های فیزیکی را نام برده و هر یک را تعریف کنید و مثال بزنید.

۲- از کمیت‌های زیر کدام‌یک اسکالر و کدام‌یک برداری می‌باشند؟

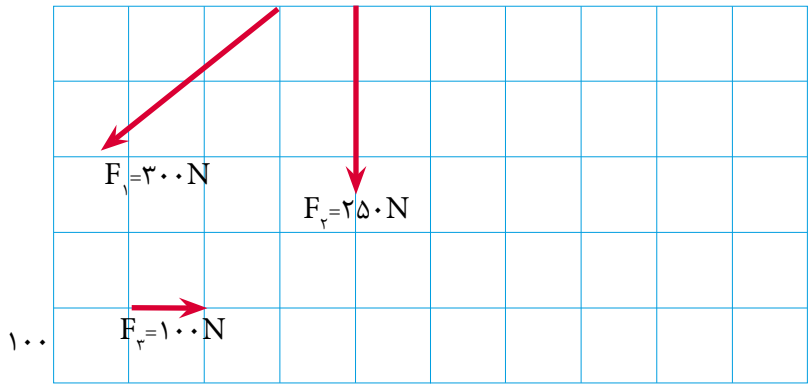
شتاب - وزن - سطح - حجم - جابه‌جایی

۳- انواع بردارها را نام برده و هر کدام را تعریف کنید.

۴- در هر شکل جمع بردارهای داده شده را به روش ترسیمی نشان دهید و اندازه و زاویهٔ بردار برآیند با امتداد افق را با استفاده از خط‌کش و نقاله اندازه‌گیری نمائید.

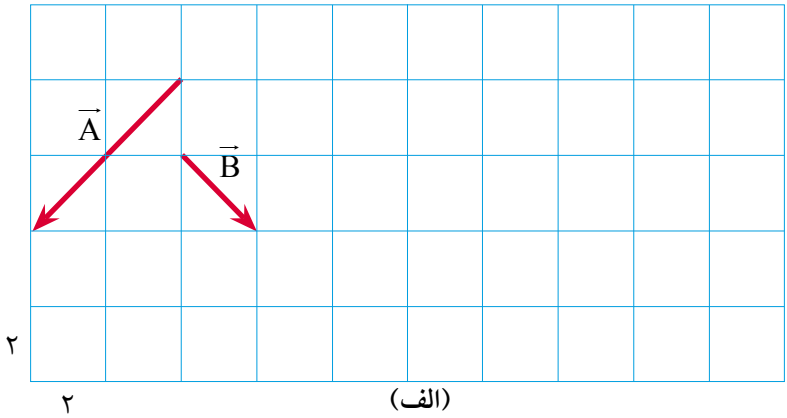


(الف)

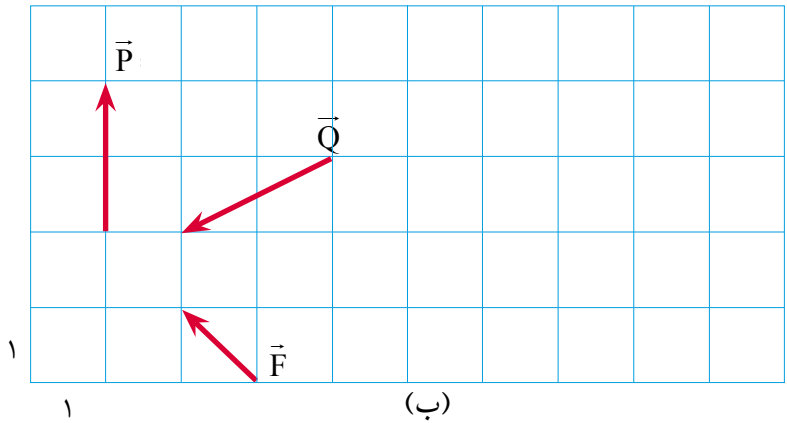


(ب)

۵- در شکل‌های زیر حاصل عبارات $\vec{A}-\vec{B}$ و $\vec{F}-\vec{P}+\vec{Q}$ را به روش ترسیمی تعیین کنید.

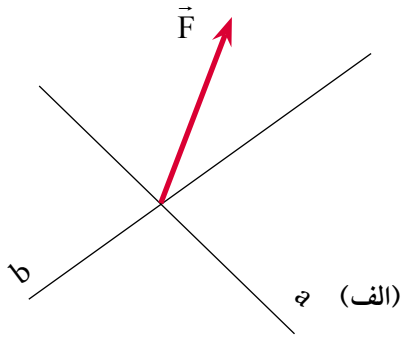


(الف)

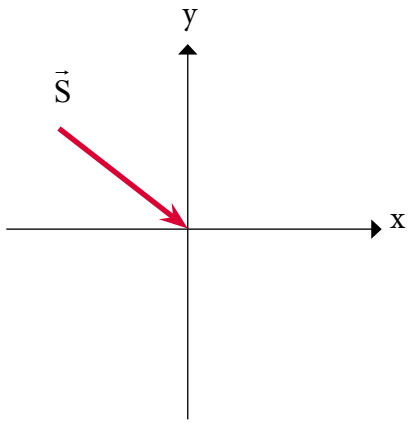


(ب)

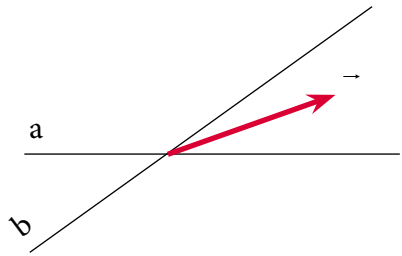
۶- بردارهای زیر را به روش ترسیمی روی محورهای داده شده تجزیه کنید.



(الف)

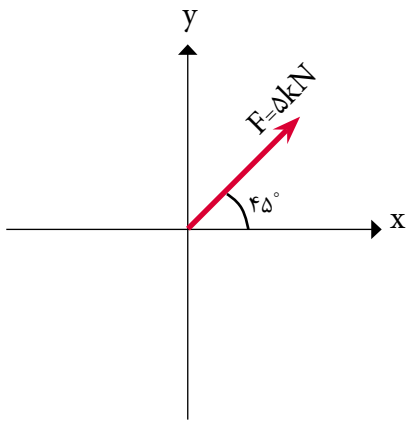


(ب)



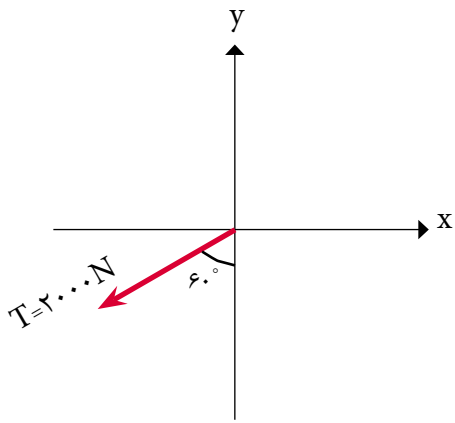
(ج)

۷- بردارهای زیر را به مؤلفه‌های متعامد آن تجزیه نمائید و فرم برداری آن‌ها را بنویسید.

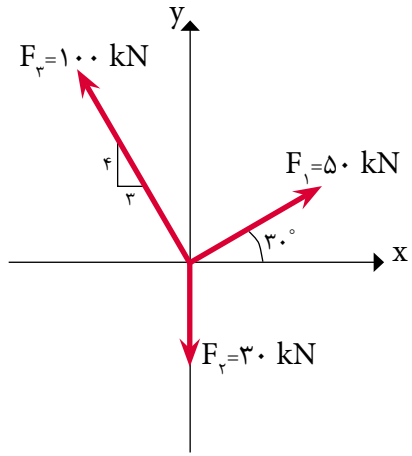


(الف)

(ب)



(ج)



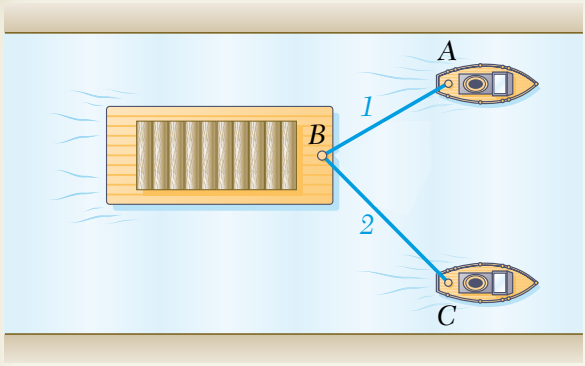
۸- بردارهای زیر را ترسیم نموده و اندازه و زاویه هر یک را نسبت به محور x و y تعیین کنید.

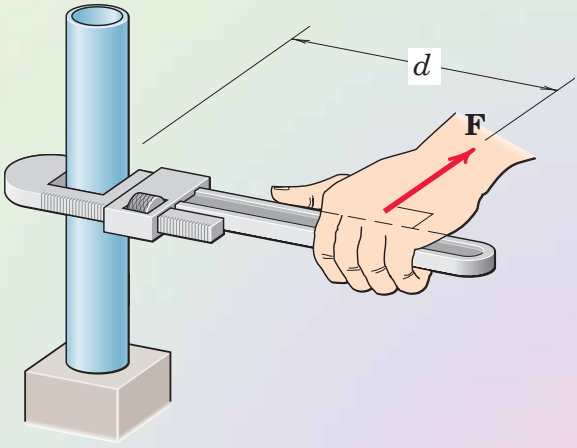
الف) $\vec{F} = -۴\vec{i} + ۳\vec{j}$ ب) $\vec{P} = -۵\vec{i}$

ج) $\vec{T} = ۳/۵\vec{j}$ د) $\vec{Q} = -۳\vec{i} - ۳\vec{j}$

فصل
سوم

نیرو و
سامانهٔ نیرویی





بخش اول – استاتیک

هدف‌های رفتاری

پس از آموزش این فصل از فراگیر انتظار می‌رود بتواند:

۱- انواع نیروها را بشناسد.

۲- مقدار و امتداد برآیند نیروهای وارد بر یک نقطهٔ مادی را محاسبه کند.

۳- گشتاور یا لنگر را تعریف نماید و مقدار آن‌را نسبت به یک نقطه محاسبه نموده و جهت آن‌را تشخیص دهد.

۴- قضیه وارینون را تعریف کند و برای محاسبهٔ گشتاور آن‌را به‌کار گیرد.

۵- زوج نیرو را تعریف نماید و خصوصیات آن‌را بشناسد.

۶- گشتاور زوج نیرو را محاسبه کند.

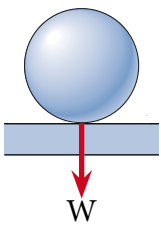
نیرو

نیرو کمیتی است برداری که می‌تواند باعث ایجاد حرکت، تغییرِ شکل یا چرخش در اجسام گردد.

۳-۱ انواع نیرو

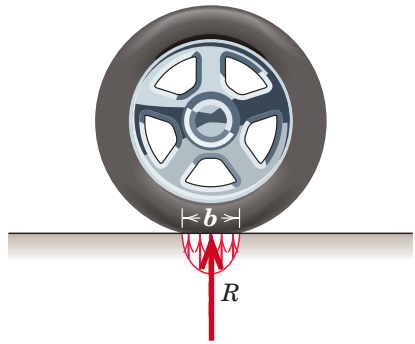
۳-۱-۱- نیروهای خارجی

نیروهایی هستند که از محیط اطراف و در خارج از وجود جسم به آن وارد می‌شوند. مکانیک اجسام صُلب (استاتیک) فقط به نیروهای خارجی توجه دارد؛ مانند: وزن گوی در شکل (۳-۱) که به کف وارد می‌شود.



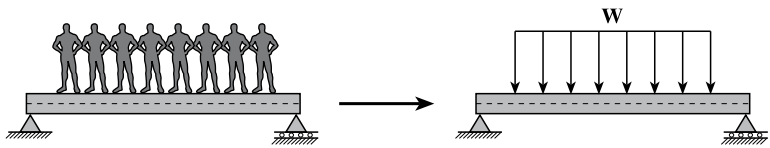
شکل ۳-۱

الف) نیروهای متمرکز: اگر نیرو به طول کوچکی از جسم وارد گردد آن‌را نیروی متمرکز می‌نامند. شکل (۳-۲)



شکل ۳-۲

ب) نیروهای گسترده: اگر نیرو در طول قابل‌توجهی از جسم پخش گردد آن‌را نیروی گسترده گویند. شکل (۳-۳)



شکل ۳-۳

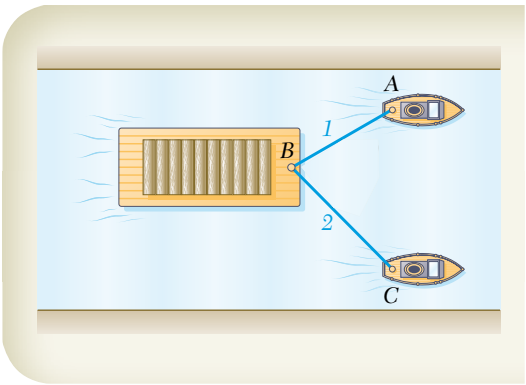
۳-۱-۲- نیروهای داخلی

نیروهایی هستند که در داخل جسم و بین ذرات تشکیل‌دهندهٔ آن ایجاد می‌شوند؛ مانند نیرویی که شخص هنگام اجرای بارفیکس در دستان خود احساس می‌کند؛ در مکانیک اجسام تغییرشکل‌پذیر (مقاومت مصالح) به نیروهای داخلی توجه می‌شود.

۳-۲ برآیند دو یا چند نیرو

منظور از برآیند دو یا چند نیرو عبارت‌است از جمع برداری آن‌ها، بنابراین بردار برآیند به‌تنهایی اثر همهٔ نیروهای وارد به جسم را دارد.

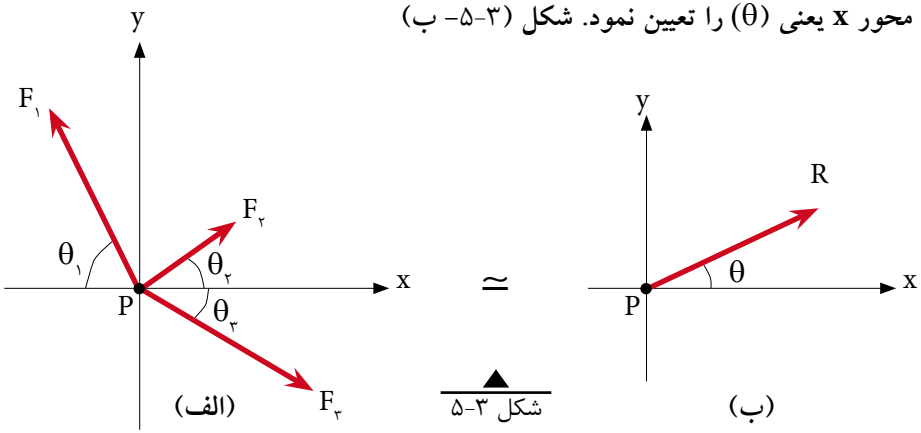
به عنوان مثال در شکل (۳-۴) شناور **B** در مسیری به حرکت در می‌آید که در واقع امتداد بردار برآیند دو نیروی وارده از طرف قایق‌های **A** و **C** خواهد بود. این بدان معناست که می‌توان به جای دو نیروی مذکور نیروی برآیند آن‌ها را در امتداد مسیر حرکت شناور قرار داده و آن‌را به حرکت درآورد.



شکل ۳-۴

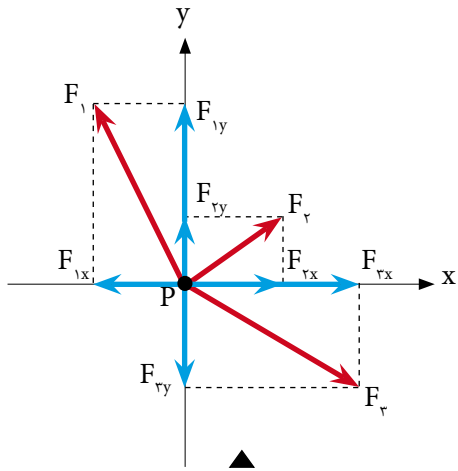
۳-۲-۱- محاسبهٔ برآیند سامانهٔ چندنیرویی وارد به نقطهٔ مادی

هر گاه بر یک نقطهٔ مادی مانند **P** مطابق شکل (۳-۵- الف) نیروهای $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ و $\mathbf{F}_3$ وارد شود، به‌کمک تجزیه به‌شرح زیر می‌توان اندازهٔ برآیند این نیروها (**R**) و راستای برآیند با محور **x** یعنی (θ) را تعیین نمود. شکل (۳-۵- ب)



شکل ۳-۵

گام اول: تجزیه هر یک از نیروها روی محورهای **x** و **y**؛ شکل (۳-۶)



شکل ۳-۶

گام دوم: نمایش برداری تمامی نیروها بر حسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$؛

گام سوم: محاسبهٔ مجموع نیروهای هم‌راستا روی محورهای **x** و **y**

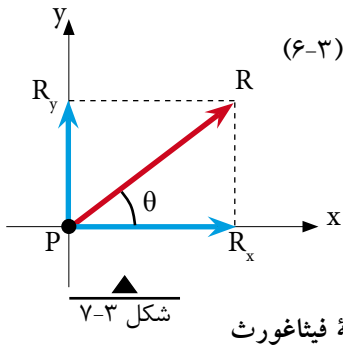
$$\overrightarrow{R_x} = \sum F_x \quad , \quad \overrightarrow{R_y} = \sum F_y \qquad (۵-۳)$$

ΣF_x: مجموع مؤلفه‌های هم‌راستا با محور **x**

ΣF_y: مجموع مؤلفه‌های هم‌راستا با محور **y**

گام چهارم: نمایش برداری بردار برآیند (**R**) مطابق رابطهٔ (۳-۶)

$$\vec{R} = (\sum F_X \vec{i} + \sum F_Y \vec{j}) \qquad (۶-۳)$$



شکل ۳-۷

گام پنجم: نمایش ترسیمی بردار برآیند مطابق شکل (۳-۷)

گام ششم: محاسبهٔ اندازه (مقدار) برآیند با استفاده از رابطهٔ فیثاغورث

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \qquad (۷-۳)$$

گام هفتم: محاسبهٔ زاویه برآیند با امتداد محور **x** ها (θ) با استفاده از رابطهٔ تانژانت و با توجه به شکل ترسیم شده در گام پنجم

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| \qquad (۸-۳)$$

مثال ۱

دو نیرو مطابق شکل توسط دو کابل بر یک سنگ معدنی وارد می‌شود. مطلوب‌است:

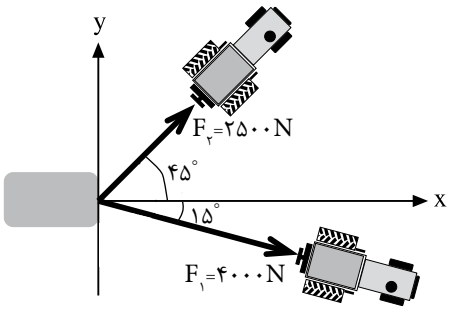
الف) نمایش برداری برآیند

ب) نمایش ترسیمی بردار برآیند

ج) محاسبهٔ اندازهٔ بردار برآیند

د) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق

ه) ترسیم مسیر جابه‌جایی سنگ

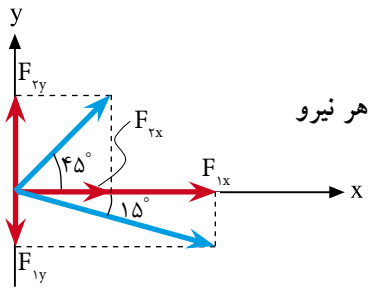


حل:

الف)

گام اول:

– تجزیهٔ نیروها با توجه به اندازه و زاویهٔ هر نیرو



مؤلفه‌های $F_۱$

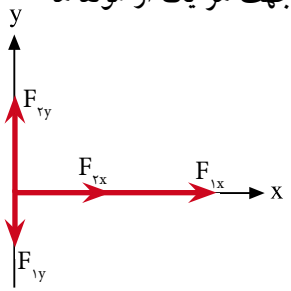
$$\begin{cases} F_{۱x} = F_۱ \cos\theta_۱ = ۴۰۰۰ \times \cos ۱۵^\circ \Rightarrow F_{۱x} = ۳۸۶۳/۷۰ \text{ N} \\ F_{۱y} = F_۱ \sin\theta_۱ = ۴۰۰۰ \times \sin ۱۵^\circ \Rightarrow F_{۱y} = ۱۰۳۵/۲۸ \text{ N} \end{cases}$$

مؤلفه‌های $F_۲$

$$\begin{cases} F_{۲x} = F_۲ \cos\theta_۲ = ۲۵۰۰ \times \cos ۴۵^\circ \Rightarrow F_{۲x} = ۱۷۶۷/۷۷ \text{ N} \\ F_{۲y} = F_۲ \sin\theta_۲ = ۲۵۰۰ \times \sin ۴۵^\circ \Rightarrow F_{۲y} = ۱۷۶۷/۷۷ \text{ N} \end{cases}$$

گام دوم:

– فرم برداری هر بردار با توجه به شکل مقابل و جهت هر یک از مؤلفه‌ها



$$\vec{F}_۱ = ۳۸۶۳/۷۰\ \vec{i} - ۱۰۳۵/۲۸\ \vec{j}$$

$$\vec{F}_۲ = ۱۷۶۷/۷۷\ \vec{i} + ۱۷۶۷/۷۷\ \vec{j}$$

گام سوم:

- تعیین مجموع نیروهای هم‌راستا با محورهای **x** و **y** (ΣF_x و ΣF_y)

$$R_x = \Sigma F_x = ۱۷۶۷/۷۷ + ۳۸۶۳/۷۰ \Rightarrow R_x = ۵۶۳۱/۴۷ \ N$$
$$R_y = \Sigma F_y = ۱۷۶۷/۷۷ - ۱۰۳۵/۲۸ \Rightarrow R_y = ۷۳۲/۴۹ \ N$$

گام چهارم:

- نمایش برداری بردار برآیند

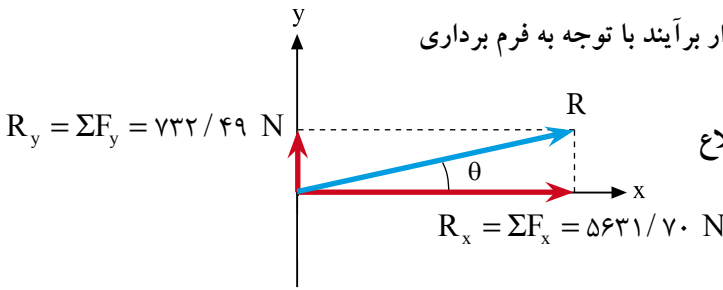
$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j}$$

$$\boxed{\vec{R} = ۵۶۳۱/۴۷ \ \vec{i} + ۷۳۲/۴۹ \ \vec{j}}$$

ب)

گام پنجم:

- نمایش ترسیمی بردار برآیند با توجه به فرم برداری بردار برآیند و روش متوازی‌الاضلاع



ج)

گام ششم:

- محاسبهٔ اندازهٔ برآیند به کمک رابطهٔ (۳-۷)

$$R = \sqrt{R_x^{۲} + R_y^{۲}} \Rightarrow R = \sqrt{۵۶۳۱/۴۷^{۲} + ۷۳۲/۴۹^{۲}}$$
$$\Rightarrow \boxed{R = ۵۶۷۸/۹۱ \ N}$$

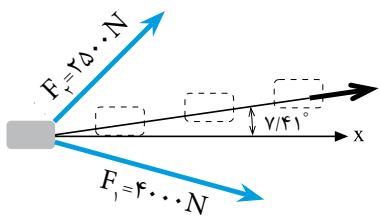
د)

گام هفتم:

- محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با محور **x** ها به کمک رابطهٔ (۳-۸)

$$\theta = \tan^{-۱} \left| \frac{R_y}{R_x} \right| \Rightarrow \theta = \tan^{-۱} \left| \frac{۷۳۲/۴۹}{۵۶۳۱/۷۰} \right| \Rightarrow \boxed{\theta = ۷/۴۱^\circ}$$

ه) مسیر جابه‌جایی سنگ در راستای بردار برآیند مطابق شکل زیر خواهد بود.



مسیر جابه‌جایی سنگ

مثال ۲

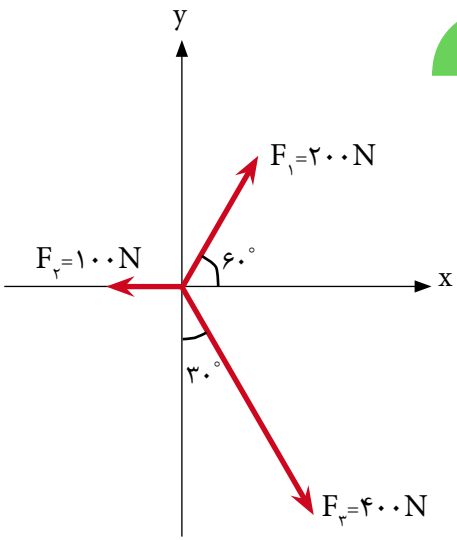
در شکل روبه‌رو مطلوب‌است:

الف – محاسبهٔ مقدار برآیند نیروها

ب – محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق

ج – ترسیم بردار برآیند

د – نمایش برداری بردار برآیند



حل:

الف) تجزیهٔ هر یک از نیروها با توجه به روابط $F_x=F\cos\theta$, $F_y=F\sin\theta$ و زاویهٔ هر نیرو با محور **x** ها:

$$\vec{F}_1 = ۲۰۰\cos ۶۰^\circ \vec{i} + ۲۰۰\sin ۶۰^\circ \vec{j} = ۱۰۰\,\vec{i} + ۱۷۳/۲\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -۱۰۰\,\vec{i}$$

$$\vec{F}_3 = ۴۰۰\cos ۶۰^\circ \vec{i} - ۴۰۰\sin ۶۰^\circ \vec{j} = ۲۰۰\,\vec{i} - ۳۴۶/۴\,\vec{j}$$

$$\vec{R}_x = \Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$

$$\vec{R}_x = \Sigma F_x = ۱۰۰ - ۱۰۰ + ۲۰۰ \Rightarrow \vec{R}_x = ۲۰۰\ \text{N}$$

$$\vec{R}_y = \Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$$

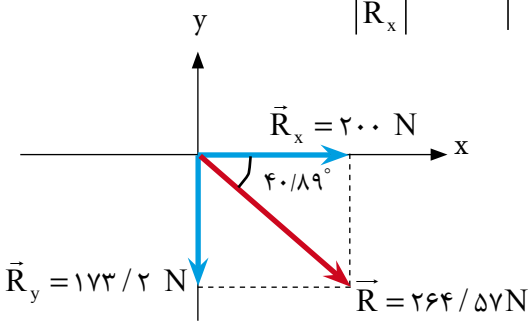
$$\vec{R}_y = \Sigma F_y = ۱۷۳/۲ + ۰ - ۳۴۶/۴ \Rightarrow \vec{R}_y = -۱۷۳/۲\ \text{N}$$

$$R = \sqrt{R_x^{۲} + R_y^{۲}} = \sqrt{۲۰۰^{۲} + (-۱۷۳/۲)^{۲}} \Rightarrow \boxed{R = ۲۶۴/۵۷\ \text{N}}$$

ب)

$$\theta = \tan^{-۱}\left|\frac{R_y}{R_x}\right| = \tan^{-۱}\left|\frac{-۱۷۳/۲}{۲۰۰}\right| \Rightarrow \boxed{\theta = ۴۰/۸۹^\circ}$$

ج)

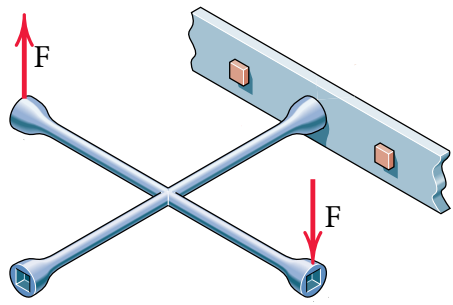


د) $\vec{R} = ۲۰۰\,\vec{i} - ۱۷۳/۲\,\vec{j}$

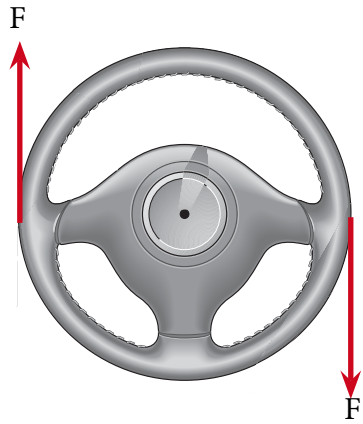
۳-۳ گشتاور، لنگر (مُمان)

یکی از اثرات نیرو بر اجسام تمایل به ایجاد چرخش در آن‌ها می‌باشد که به این پدیده گشتاور گفته می‌شود.

مطابق شکل‌های (۳-۱۰) و (۳-۱۱) نیرو باعث چرخش در اجسام می‌گردد.



شکل ۳-۱۰



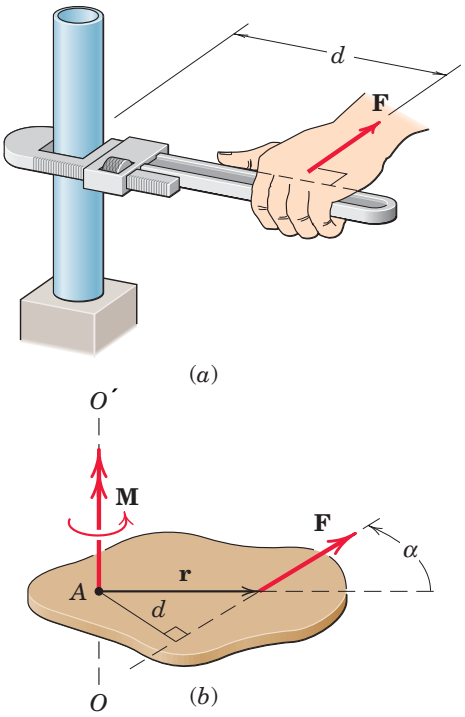
شکل ۳-۱۱

مقدار گشتاور حول یک محور عبارت‌است‌از حاصل‌ضرب نیرو (**F**) در کوتاه‌ترین فاصله نیرو یا امتداد آن تا محور مورد نظر (**d**). گشتاور را با **M** نمایش می‌دهند و رابطهٔ آن به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M = F.d \qquad (۹-۳)$$

با توجه به شکل (۳-۱۲) نیروی **F** حول محور **OO'** ایجاد گشتاور می‌نماید.در این شکل **d** کوتاه‌ترین فاصله امتداد نیروی **F** تا محور **OO'** می‌باشد که بازوی لنگر نیز خوانده می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$M_{OO'} = F.d \qquad (۱۰-۳)$$



شکل ۳-۱۲

گشتاور نیز کمیتی برداری است که آن را با نماد ↑ نمایش می‌دهند و جهت آن مطابق ضرب بردارها خواهد بود که در مقاطع بالاتر با آن آشنا خواهید شد.

در این کتاب به دلیل بررسی نیروها در صفحه، گشتاور حول نقطه در نظر گرفته می‌شود لذا جهت چرخش آن در جهت عقربه ساعت ↷ و یا خلاف عقربه ساعت ↶ خواهد بود. بنابراین با توجه به شکل (۳-۱۲-**b**) گشتاور نیروی **F** حول نقطهٔ **A** واقع بر محور **OO´** به صورت رابطهٔ (۳-۱۱) خواهد بود.

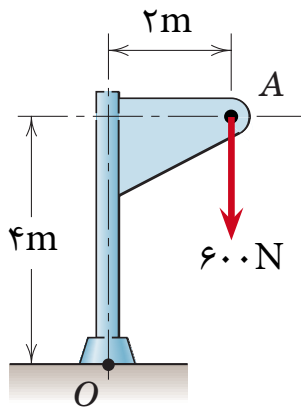
$$M_A = F.d \qquad (۱۱-۳)$$

قرارداد:

در این کتاب جهت چرخش عقربه‌های ساعت مثبت فرض می‌شود.

مثال ۳

گشتاور نیروی **F** حول نقطهٔ **O** را محاسبه و جهت چرخش آن‌را بنویسید.



حل:

$F = ۶۰۰N$

$d = ۲m$

$M_o = F.d \Rightarrow M_o = ۶۰۰ \times ۲ \Rightarrow M_o = ۱۲۰۰\ N.m$ ساعت‌گرد

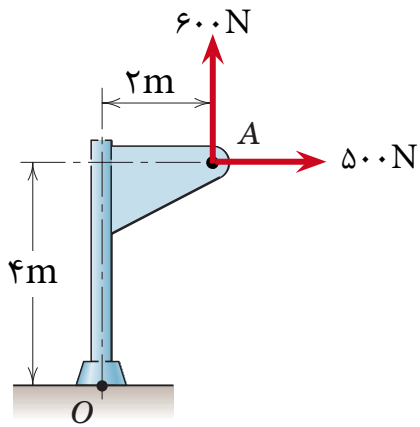
۳-۴ گشتاور چند نیرو

اگر به یک جسم چند نیرو اِعمال شود گشتاور آن‌ها نسبت به یک نقطه برابر است با مجموع جبری گشتاور هر نیرو نسبت به آن نقطه یعنی:

$$M_O = \sum_{i=۱}^{n} F_i d_i = F_۱ d_۱ + F_۲ d_۲ + \ldots + F_n d_n \qquad (۱۲-۳)$$

مثال ۴

در شکل زیر گشتاور نیروهای نشان داده شده را حول نقطهٔ **O** محاسبه کنید و جهت آن‌را بنویسید.



حل:

$$F_۱ = ۵۰۰N$$
$$d_۱ = ۴m$$
$$F_۲ = ۶۰۰N$$
$$d_۲ = ۲m$$
$$M_o = F_۱d_۱ + F_۲d_۲$$
$$M_o = ۵۰۰\times۴ - ۶۰۰\times۲$$
$$\boxed{M_o = +۸۰۰\ N.m}$$

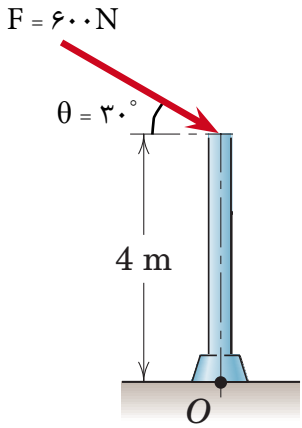
ساعت‌گرد

۵-۳ قضیه وارینون

گشتاور برآیند چند نیرو حول یک نقطهٔ معین برابر است با مجموع گشتاورهای آن‌ها حول همان نقطه و یا گشتاور یک نیرو حول هر نقطه برابر است با مجموع گشتاورهای مؤلفه‌های آن نیرو حول همان نقطه.

کاربرد این قضیه در مثال ۵ نشان داده شده است.

مثال ۵



گشتاور نیروی **F** را در شکل زیر به دو روش حساب کنید:

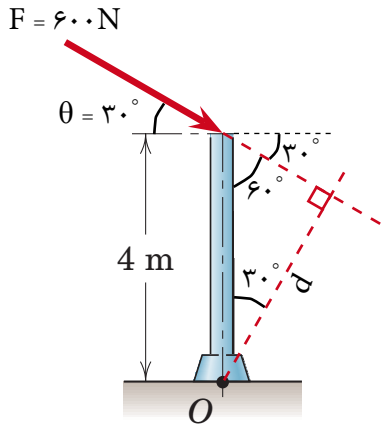
الف) با استفاده از تعریف گشتاور

ب) به کمک قضیه وارینون

حل:

الف) با استفاده از تعریف:

ابتدا با استفاده از روابط مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه بازوی لنگر یعنی (**d**) را محاسبه می‌نمائیم؛ داریم:



$$\cos\alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

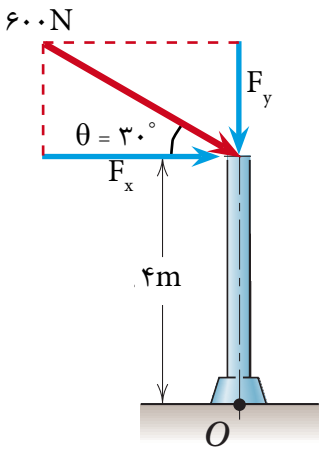
$$\cos ۳۰^\circ = \frac{d}{۴} \Rightarrow d = ۴ \times \cos ۳۰^\circ \Rightarrow d = ۳/۴۶ \ m$$

$$M_o = F.d \Rightarrow M_o = ۶۰۰ \times ۳/۴۶۴ \Rightarrow \boxed{M_o = ۲۰۷۸/۴ \ N.m}$$

ب) با استفاده از قضیهٔ وارینون

در این روش ابتدا نیروی F را به دو مؤلفهٔ متعامد تجزیه نموده و گشتاور آن‌ها را نسبت به نقطهٔ O محاسبه و با یکدیگر جمع می‌نمائیم.

$$F_x = F.\cos\theta \Rightarrow F_x = ۶۰۰\times\cos ۳۰^\circ \Rightarrow F_x = ۵۱۹/۶۱\ N$$
$$F_y = F.\sin\theta \Rightarrow F_y = ۶۰۰\times\sin ۳۰^\circ \Rightarrow F_y = ۳۰۰\ N$$



با توجه به شکل بازوی لنگر F_x برابر ۴ متر و چون امتداد مؤلفهٔ F_y از نقطهٔ O می‌گذرد، بازوی لنگر آن صفر است.

خواهیم داشت:

$$M_o = \sum_{i=۱}^{n} F_i d_i \Rightarrow M_o = F_۱ d_۱ + F_۲ d_۲$$
$$M_o = F_x \times ۴ + F_y \times ۰ = ۵۱۹/۶۱ \times ۴$$
$$\boxed{M_o = ۲۰۷۸/۴۴\ N.m}$$

نکته:

هرگاه امتداد یک نیرو از نقطه‌ای عبور نماید گشتاور آن نیرو نسبت به همان نقطه برابر صفر است.

۳-۶ زوج‌نیرو:

به دو نیروی مساوی - موازی و مختلف‌الجهت زوج‌نیرو گفته می‌شود.

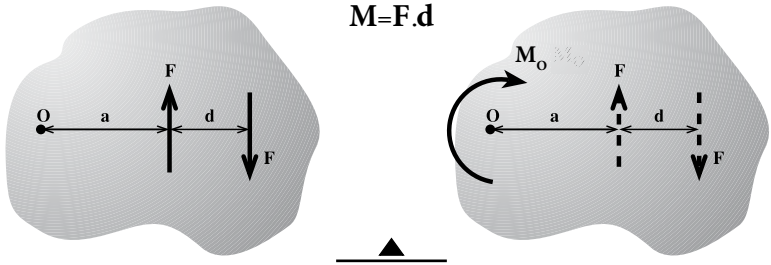
۳-۶-۱- خصوصیات زوج نیرو:

۱- برآیند زوج‌نیرو صفر است؛

۲- در اجسام ایجاد گشتاور (چرخش) می‌نماید؛

۳- گشتاور زوج‌نیرو نسبت به هر نقطه دلخواه مقداری است ثابت و برابر است با حاصل‌ضرب اندازهٔ یک نیرو در فاصلهٔ بین آن‌ها. شکل (۳-۱۳)

$$M=F.d$$



شکل ۳-۱۳

تحقیق کنید:

چگونه می‌توان به‌کمک گشتاورگیری نسبت به یک نقطهٔ دلخواه مانند **O** در شکل (۳-۱۳) خصوصیت سوم زوج‌نیرو را اثبات کرد.

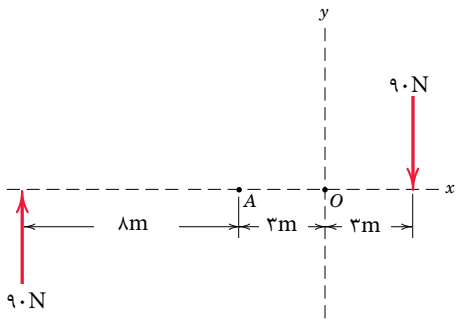
مثال ۶

در شکل روبه‌رو مطلوب‌است محاسبهٔ گشتاور دو نیروی ۹۰ نیوتنی:

الف) حول نقطهٔ **A**

ب) حول نقطهٔ **O**

ج) با استفاده از خاصیت زوج‌نیرو



حل:

الف) $M_A = ۹۰\times۸ + ۹۰\times۶ = ۱۲۶۰\ N.m$

ب) $M_O = ۹۰\times۱۱ + ۹۰\times۳ = ۱۲۶۰\ N.m$

ج) $M = F.d = ۹۰\times۱۴ = ۱۲۶۰\ N.m$

خلاصه فصل

- نیرو کمیتی است برداری که باعث حرکت، تغییر شکل و یا چرخش اجسام می‌گردد.
- انواع نیرو عبارتند از: نیروهای خارجی، نیروهای داخلی.
- منظور از برآیند دو یا چند نیرو عبارت‌است از نیرویی که به تنهایی اثر همهٔ نیروها را در خود داشته باشد.
- برای تعیین برآیند چند نیرو از روش تجزیه به مؤلفه‌های متعامد استفاده می‌شود و مقدار برآیند از رابطهٔ $R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$ و زاویهٔ برآیند با محور **x** ها از رابطهٔ $\theta = \tan^{-1}\left|\frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}\right|$ به‌دست می‌آید.
- گشتاور یک نیرو نسبت به یک محور عبارت‌است از حاصل‌ضرب نیرو (**F**) در کوتاه‌ترین فاصلهٔ نیرو تا آن محور (**d**). و از رابطهٔ $M = F.d$ به‌دست می‌آید.
- قضیه وارینون: گشتاور برآیند چند نیرو حول یک نقطهٔ معین برابر است با مجموع گشتاورهای آن‌ها حول همان نقطه.
- به دو نیروی مساوی، موازی و مختلف‌الجهت زوج‌نیرو گفته می‌شود.
- گشتاور زوج نیرو برابر است با حاصل‌ضرب یکی از نیروها در فاصلهٔ بین آن‌ها.

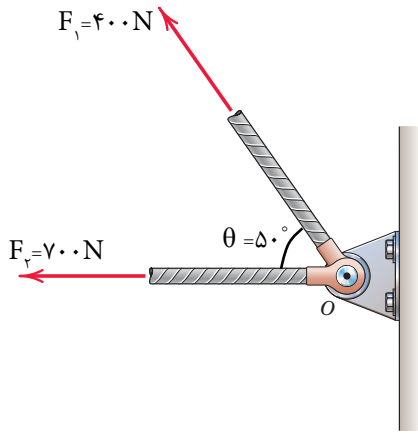
خودآزمایی

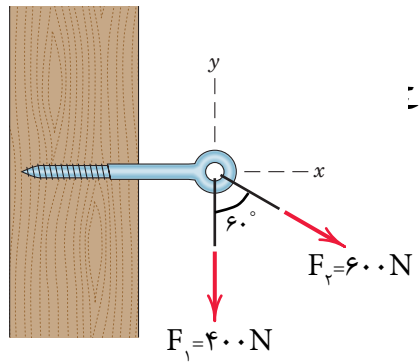
۱- در شکل‌های زیر مطلوب‌است:

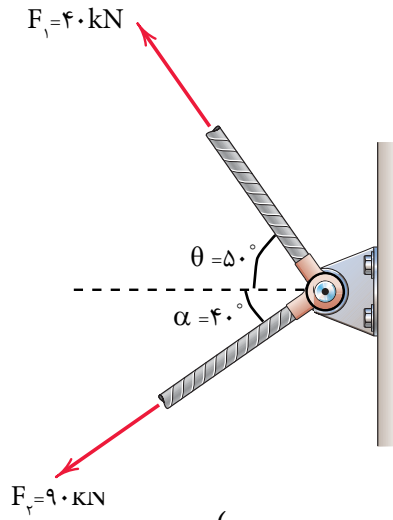
الف) محاسبهٔ مقدار برآیند دو نیرو

ب) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با F_1

ج) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با امتداد افق

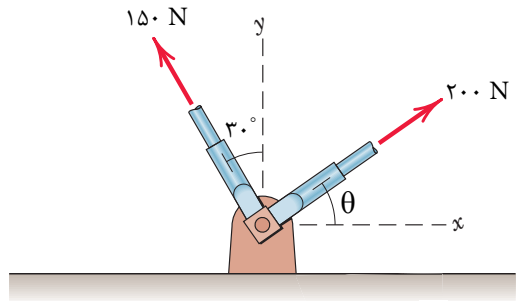






ب)

۲- در شکل زیر مقدار زاویه θ را چنان تعیین نمایید که برآیند دو نیرو بر محور y ها منطبق گردد. سپس در این حالت مقدار برآیند را محاسبه کنید.



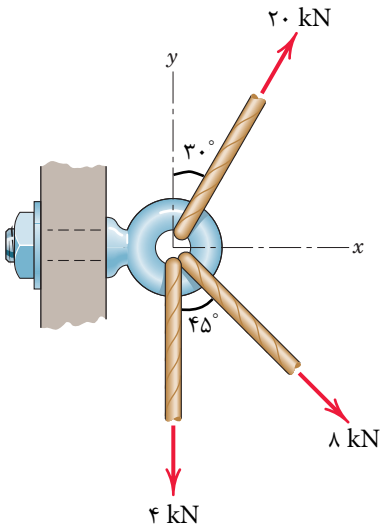
۳- در شکل روبه‌رو مطلوب‌است:

الف) محاسبهٔ مقدار برآیند نیروها

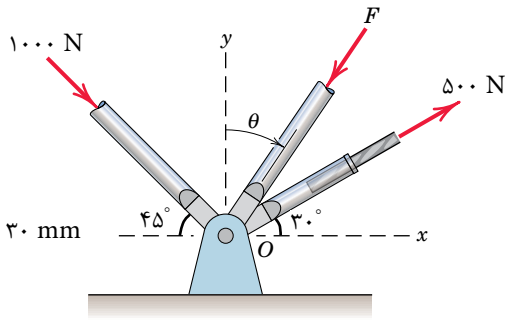
ب) محاسبهٔ زاویهٔ برآیند با افق

ج) ترسیم بردار برآیند

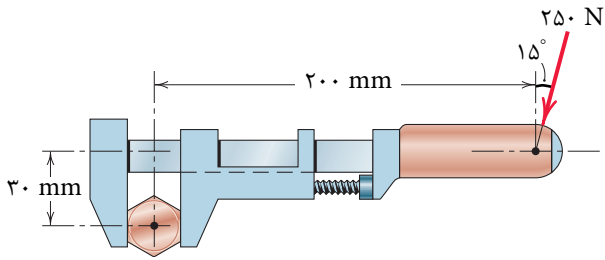
د) نمایش برداری بردار برآیند



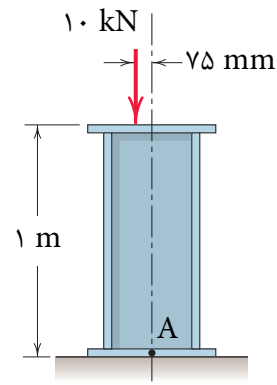
۴- در شکل زیر نیروی **F** و زاویه θ را طوری تعیین نمایید که برآیند روی محور افق قرار گیرد و مقدار آن برابر **N** ۸۷۶/۶ باشد.



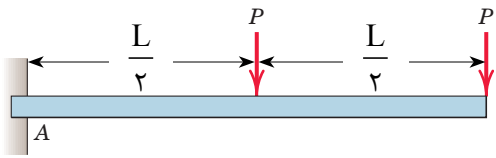
۵- در شکل زیر گشتاور نیروی ۲۵۰ نیوتنی را حول مرکز پیچ محاسبه نموده و جهت گشتاور را تعیین نمائید.



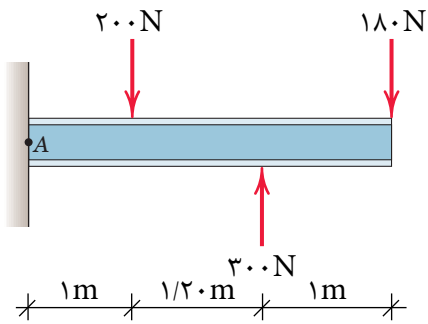
۶- در شکل‌های زیر گشتاور نیرو را حول نقطه **A** محاسبه نمائید.



(الف)

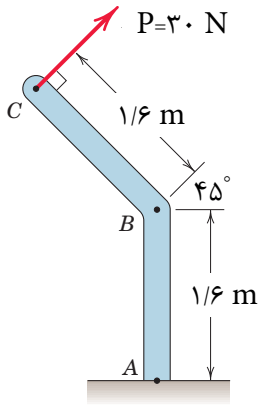


(ب)

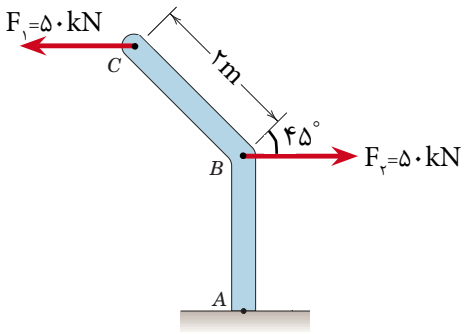


(ج)

۷- گشتاور نیروی **P** حول نقطهٔ **A** و **B** را به‌دست آورید.

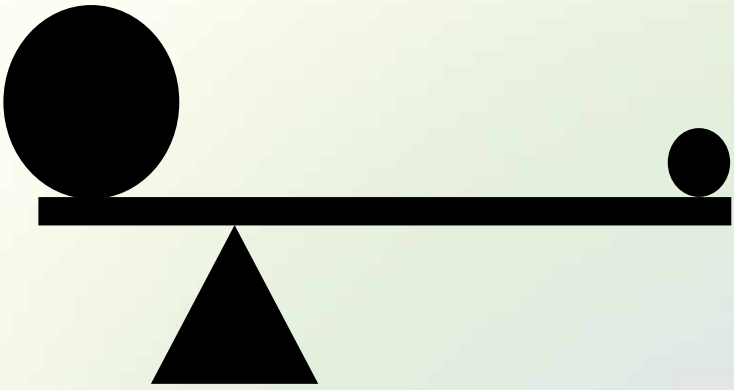


۸-در شکل زیر مطلوب‌است محاسبهٔ $\mathbf{M_A}$.



فصل
چهارم

تعادل



هدف‌های رفتاری

پس از آموزش این فصل از فراگیر انتظار می‌رود بتواند:

۱- مفهوم تعادل را توضیح دهد.

۲- شرط تعادل نقطهٔ مادی را بیان کند.

۳- پیکر آزاد ذرهٔ مادی را ترسیم کند.

۴- شرط تعادل نقطهٔ مادی را در مسائل به‌کار گیرد.

۵- شروط لازم برای تعادل جسم صلب را توضیح دهد.

۶- انواع تکیه‌گاه‌ها را بشناسد.

۷- پیکر آزاد اجسام تحت تأثیر نیروهای مختلف را ترسیم کند.

۸- عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را در اجسام محاسبه کند.

۴-۱ تعادل

مفهوم تعادل آن‌است که ذره یا جسم مادی هیچ‌گونه حرکت و یا چرخشی نداشته باشد.

به منظور بررسی تعادل اجسام، آن‌ها را به دو حالت در نظر می‌گیریم.

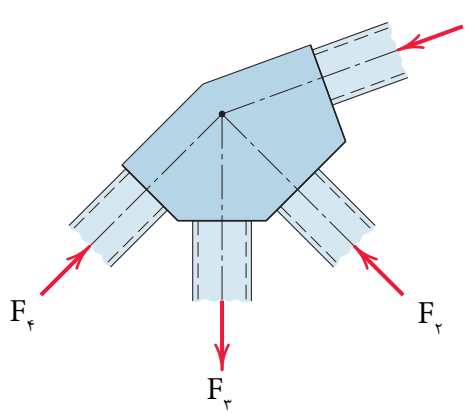
۱- نقطه مادی

۲- جسم صلب .

۴-۱-۱- تعادل نقطهٔ مادی

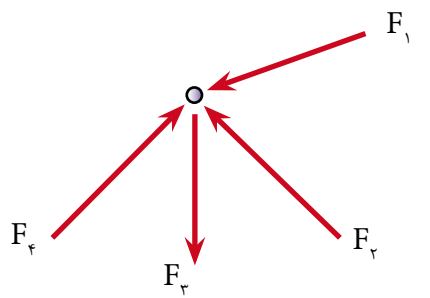
با توجه به تعریف نقطهٔ مادی در فصل اول، نیروهای وارد به جسم در یک نقطه متقارب خواهند بود و شرط تعادل در این حالت آن‌است که برآیند نیروهای وارده صفر باشد یعنی:

$$\sum \vec{F} = 0 \qquad (۱-۴)$$



(الف)

در شکل (۴-۱- الف) چنان‌چه از ابعاد قطعات اتصال صرف‌نظر شود، وضعیت نیروها به صورت شکل (۴-۱- ب) خواهند بود.



(ب)

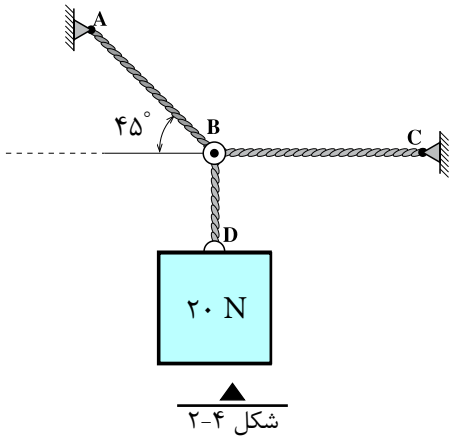
شکل ۴-۱

در صفحه مختصات دکارتی رابطهٔ (۴-۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases} \qquad (۲-۴)$$

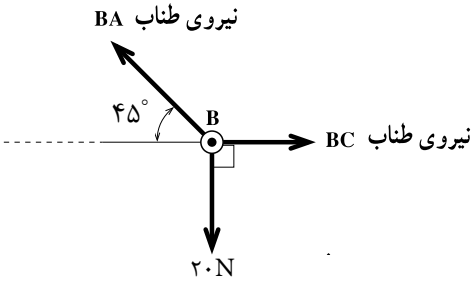
۴-۱-۱-۲- پیکر آزاد جسم

به منظور بررسی تعادل اجسام، لازم است ابتدا جسم را از محیط اطراف خود جدا نموده و نیروهای وارد بر آن را در راستاهای موجود نمایش دهیم که به این عمل، ترسیم پیکرآزادجسم[۱] گفته می‌شود.



شکل ۴-۲

در شکل (۴-۲) وزنهٔ ۲۰N توسط سه رشته کابل AB و BC و BD نگهداری شده است. چون کابل‌ها فقط نیروی کششی را تحمل می‌نمایند بنابراین نیروهای وارد به نقطه B به صورت کششی بوده و پیکر آزاد آن مطابق شکل (۴-۳) خواهد بود.



شکل ۴-۳

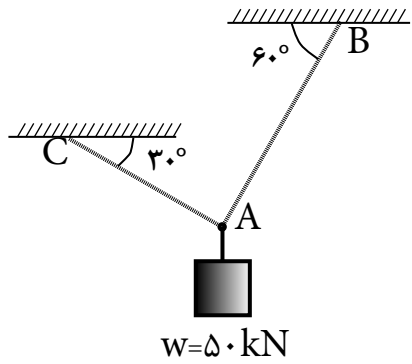
نکته:

در حل مسائل تعادل نقطهٔ مادی، ابتدا پیکر آزاد آن‌را ترسیم نموده و سپس به کمک معادلات تعادل (۴-۲) مجهولات مسئله را محاسبه می‌نمائیم.

۱- FBD (Free Body Diagram)

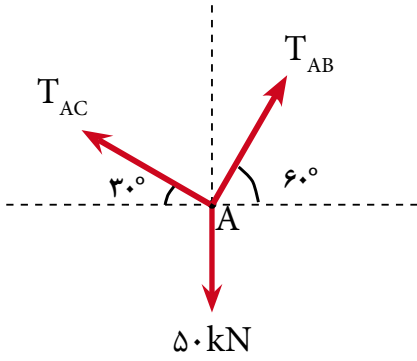
مثال ۱

کشش کابل‌های **AB** و **AC** را در سامانهٔ در حال تعادل زیر به‌دست آورید.

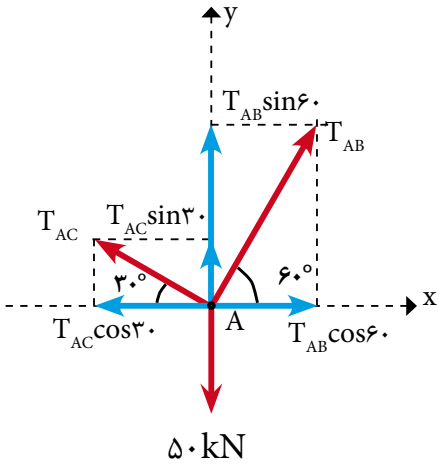


حل:

گام اول) با توجه به این موضوع که تمامی نیروها به نقطه **A** وارد می‌شوند بنابراین پیکر آزاد نقطه مادی **A** ترسیم می‌گردد. می‌دانیم که کابل‌ها همیشه رفتار کششی دارند بنابراین نیروی کابل‌های **AB** و **AC** را به ترتیب با T_{AB} و T_{AC} به صورت کششی و زوایای هر کدام را نمایش می‌دهیم.



گام دوم) تعیین محورهای مختصات **x** و **y** روی نقطه **A** و تجزیه نیروها در این دستگاه مختصات



گام سوم) تشکیل معادلات تعادل (۴-۲) و حل آن‌ها تا رسیدن به خواسته‌های مسئله

رابطه I $\overset{+}{\rightarrow}\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{AB}\cos 60^\circ - T_{AC}\cos 30^\circ = 0$

رابطه II $+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow T_{AB}\sin 60^\circ + T_{AC}\sin 30^\circ - 50 = 0$

چون حل هر یک از معادلات فوق با وجود دو مجهول امکان‌پذیر نیست بنابراین آن‌ها را در یک دستگاه دو معادله دو مجهولی قرار داده که با استفاده از روش‌های مختلف قابل حل است.

در این‌جا از معادله اول یکی از مجهولات را بر حسب دیگری محاسبه و در معادله دوم قرار می‌دهیم تا یکی از مجهولات حذف شود:

رابطه III $\Rightarrow T_{AB} = \dfrac{T_{AC}\cos 30}{\cos 60} \Rightarrow T_{AB} = 1/73 T_{AC}$ از رابطه I نتیجه می‌شود

مقدار T_{AB} را در رابطه II قرار داده خواهیم داشت:

$$1/73 T_{AC} \times \sin 60^\circ + T_{AC}\sin 30^\circ - 50 = 0 \Rightarrow 2\ T_{AC} - 50 = 0$$

$$T_{AC} = \frac{50}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{AC} = 25\ kN}$$

حال مقدار T_{AC} را در رابطهٔ III قرار می‌دهیم:

$\Rightarrow T_{AB} = 1/73 \times 25$ از رابطهٔ III

$$\Rightarrow \boxed{T_{AB} = 43/25\ kN}$$

۴-۱-۲- تعادل جسم صلب

در قسمت قبل بنا به فرض، اجسام را به عنوان یک نقطه مادی در نظر گرفتیم. در حالی که چنین فرضی همیشه امکان‌پذیر نخواهد بود و نمی‌توان از ابعاد جسم صرف‌نظر نمود بنابراین در این حالت نیروها در یک نقطه متقارب نخواهند بود و علاوه بر حرکت، امکان دَوَران (گشتاور) جسم تحت تأثیر نیروهای وارده نیز وجود دارد. لذا شرط تعادل در مورد اجسام صلب به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} \Sigma F_X = 0 \leftarrow \text{۱- برای این‌که جسم در راستای محور } x \text{ جابه‌جایی نداشته باشد باید:} \\ \Sigma F_Y = 0 \leftarrow \text{۲- برای این‌که جسم در راستای محور } y \text{ جابه‌جایی نداشته باشد باید:} \\ \Sigma M = 0 \leftarrow \text{۳- برای این‌که جسم چرخش نداشته باشد باید:} \end{cases}$$

(۳-۴)

۴-۲ انواع تکیه‌گاه‌ها و عکس‌العمل‌های آن‌ها

برای بررسی تعادل اجسام صلب، همانند نقاط مادی باید ابتدا پیکر آزاد آن‌ها را ترسیم نمود. برای این منظور، باید جسم را از محیط اطراف آن جدا نمائیم و چون اجسام بر روی تکیه‌گاه‌هایی قرار دارند که با توجه به نوع آن‌ها مانع از حرکت (جابه‌جایی) و یا چرخش جسم می‌گردند، لازم است ابتدا تکیه‌گاه‌ها و عکس‌العمل‌های آن‌ها را معرفی نمائیم.

تعریف عکس‌العمل تکیه‌گاهی

منظور از عکس‌العمل تکیه‌گاهی اجسام واکنشی است که تکیه‌گاه در جهت حفظ تعادل آن‌ها از خود نشان می‌دهد و مانع از حرکت و یا دوران جسم مورد نظر می‌شود.

۴-۲-۱- انواع تکیه‌گاه‌ها

الف) تکیه‌گاه غلطکی (یک‌مجهولی)

عبارت‌است از تکیه‌گاهی که تنها یک عکس‌العمل آن‌هم عمود بر سطح اتکای خود دارد؛ همانند چرخ اتومبیل روی سطح بدون اصطکاک.

ب) تکیه‌گاه مفصلی (دومجهولی)

به تکیه‌گاهی گفته می‌شود که دارای دو عکس‌العمل می‌باشد؛ یکی مماس بر سطح اتکا و دیگری عمود بر آن خواهد بود.

ج) تکیه‌گاه گیردار (سه‌مجهولی)

تکیه‌گاهی است که دارای سه عکس‌العمل به شرح زیر می‌باشد:

۱- مماس بر سطح تکیه‌گاه

۲- عمود بر سطح تکیه‌گاه

۳- عکس‌العمل دورانی

د) تکیه‌گاه میله‌ای

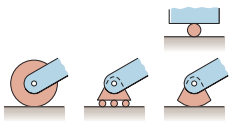
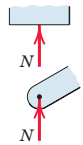
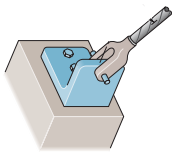
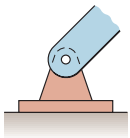
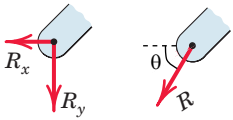
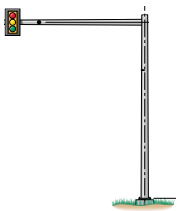
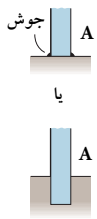
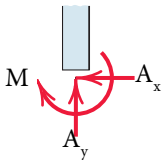
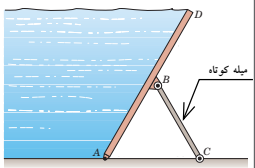
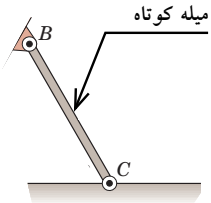
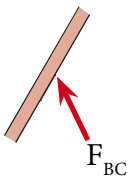
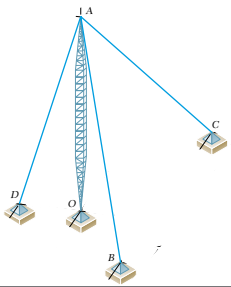
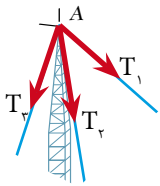
منظور از میله عضوی کوتاه است که در دو انتهای خود به صورت لولا یا مفصل متصل شده باشد. عکس‌العمل تکیه‌گاه میله‌ای در راستای میله و به صورت کششی یا فشاری خواهد بود.

ه) تکیه‌گاه کابلی:

هر گاه جسم توسط کابل به تکیه‌گاه متصل شود، عکس‌العمل کابل به صورت کششی و در راستای آن خواهد بود.

در جدول (۴-۱) انواع تکیه‌گاه‌ها و عکس‌العمل‌های آن‌ها معرفی شده‌اند.

جدول (۴-۱) انواع تکیه‌گاه

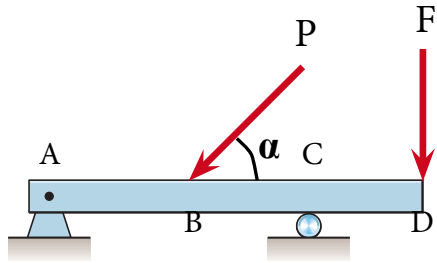
ردیف	نوع تکیه‌گاه	شکل واقعی	شکل شماتیک	عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی
۱	غلطکی			
۲	مفصلی			
۳	گیردار			
۴	میله‌ای			
۵	کابلی		———	

۳-۴ محاسبه عکس العمل های تکیه‌گاهی اجسام صلب

همان‌طور که گفته شد شرط تعادل اجسام صلب بر آورده شدن معادلات (۳-۴) می‌باشد و برای نیل به این هدف به صورت زیر عمل می‌نمائیم.

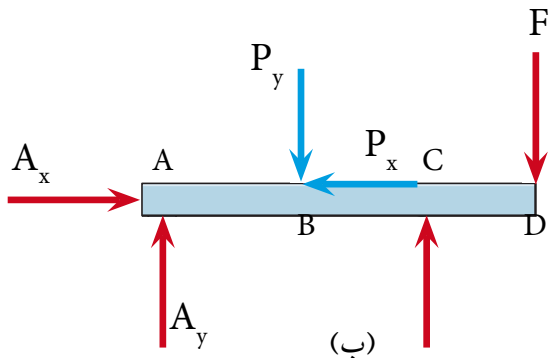
گام اول – ترسیم پیکر آزاد جسم

ابتدا جسم را از تکیه‌گاه‌ها جدا نموده و با توجه به نوع تکیه‌گاه، عکس العمل‌های مربوطه را در محل تکیه‌گاه و در جهت دلخواه قرار می‌دهیم. به عنوان مثال پیکر آزاد تیر شکل (۴-۴-الف) به صورت شکل (۴-۴-ب) خواهد بود.



(الف)

شکل ۴-۴



(ب)

گام دوم – تجزیهٔ نیروها

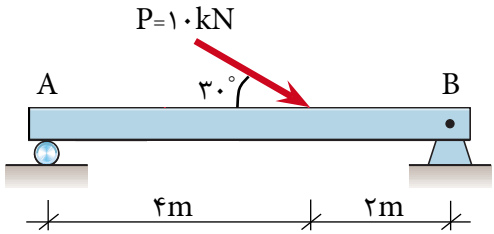
همهٔ نیروهای مورب را روی پیکر آزاد در صورت وجود به مؤلفه‌های آن تجزیه می‌نمائیم. به عنوان مثال در شکل (۴-۴-ب) نیروی **P** به دو مؤلفهٔ متعامد تجزیه شده است.

گام سوم – تشکیل معادلات و حل آن‌ها

با تشکیل معادلات تعادل و حل آن‌ها مجهولات مسئله (عکس‌العمل‌ها) تعیین می‌شوند.

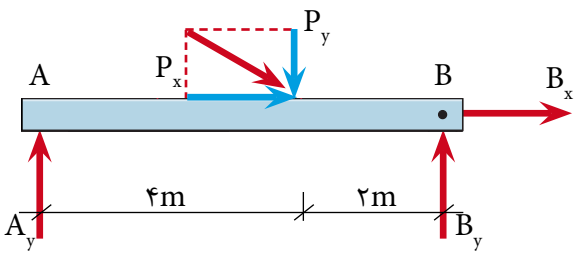
مثال ۲

عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیر زیر را به‌دست آورید



گام اول:

ترسیم پیکر آزاد جسم



گام دوم:

تجزیه نیروی P

$$P_x = P.\cos\theta = ۱۰\times\cos ۳۰^\circ = ۸/۶۶ kN$$

$$P_y = P.\sin\theta = ۱۰\times\sin ۳۰^\circ = ۵ kN$$

گام سوم : تشکیل معادلات تعادل وحل آنها

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow B_x + P_x = ۰ \Rightarrow B_x + ۸/۶۶ = ۰ \Rightarrow \boxed{B_x = -۸/۶۶ \ kN}$$

لازم به توضیح است که علامت منفی در جواب فوق به این معنی است که جهت صحیح عکس العمل B_x در پیکر آزاد تیر به سمت چپ می‌باشد

رابطه I $\overset{+}{\uparrow}\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow A_y + B_y - P_y = ۰ \Rightarrow A_y + B_y = P_y \Rightarrow A_y + B_y = ۵ kN$

معادله فوق دارای دو مجهول بوده و قابل حل نمی باشد لذا از شرط سوم یعنی $\Sigma M = ۰$ استفاده می‌کنیم و در این معادله بهتر است گشتاور نسبت به نقطه‌ای محاسبه شود که بیشترین مجهولات تکیه‌گاهی در آن نقطه متمرکز است (یعنی نقطه B)

$$\overset{+}{\curvearrowleft}\Sigma M_B = ۰ \Rightarrow A_y \times ۶ - P_y \times ۲ = ۰ \Rightarrow A_y \times ۶ - ۵ \times ۲ = ۰ \Rightarrow ۶A_y = ۱۰$$

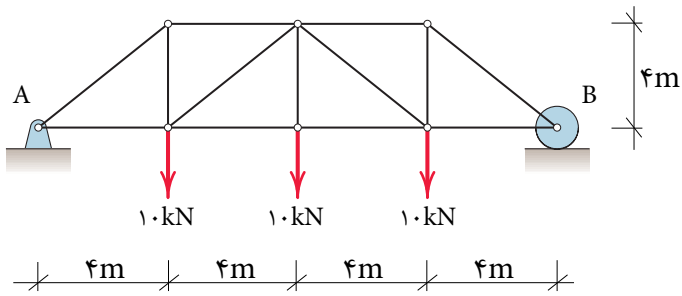
$$A_y = \frac{۱۰}{۶} \Rightarrow \boxed{A_y = ۱/۶۷ \ kN}$$

حال با قرار دادن مقدار A_y در رابطه I خواهیم داشت:

$$Ay + By = ۵ \Rightarrow ۱/۶۷ + By = ۵ \Rightarrow By = ۵ - ۱/۶۷ \Rightarrow \boxed{By = ۳/۳۳ \ kN}$$

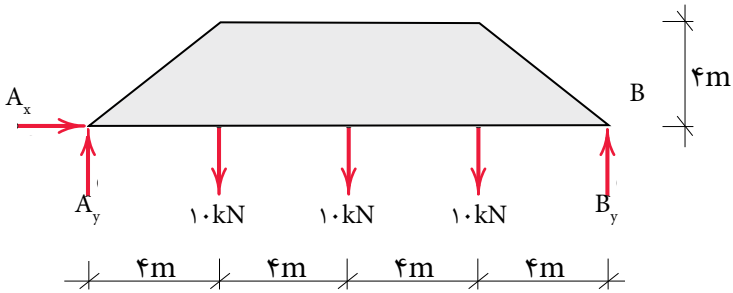
مثال ۳

عکس العمل های تکیه گاهی را در خرپای شکل زیر به‌دست آورید.



گام ۱)

ترسیم پیکر آزاد



گام۲)

تشکیل معادلات تعادل:

با توجه به اینکه نیروی افقی به سیستم وارد نمی‌شود لذا عکس‌العمل افقی تکیه‌گاه A یعنی (A_x) برابر صفر است.

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$^{+}\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 10 - 10 - 10 = 0$$

$$A_y + B_y = 30 \text{ kN} \qquad \text{رابطهٔ I}$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 10\times 4 + 10\times 8 + 10\times 12 - B_y \times 16 = 0$$

$$16B_y = 240 \Rightarrow B_y = \frac{240}{16} \Rightarrow \boxed{B_y = 15 \text{ kN} \uparrow}$$

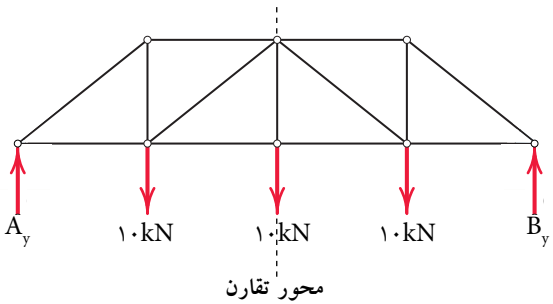
مقدار B_y را در رابطهٔ I قرار می‌دهیم داریم:

$$A_y + ۱۵ = ۳۰ \text{ kN} \Rightarrow \boxed{A_y = ۱۵ \text{ kN} \uparrow}$$

نکته:

هرگاه بارگذاری و هندسه سازه‌ای متقارن باشند کل بارهای وارده به صورت مساوی بین دو تکیه‌گاه تقسیم می‌شود.

بنابراین با توجه به تقارن در سازهٔ فوق داریم :

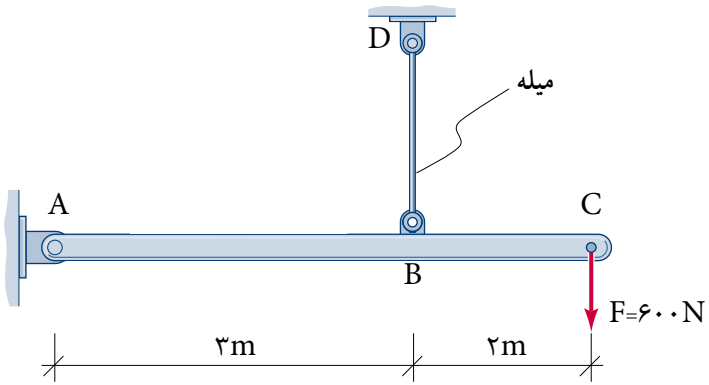


کل بار = ۱۰+۱۰+۱۰=۳۰kN

$$\boxed{A_y = B_y = \frac{۳۰}{۲} = ۱۵ \text{ kN}}$$

مثال ۴

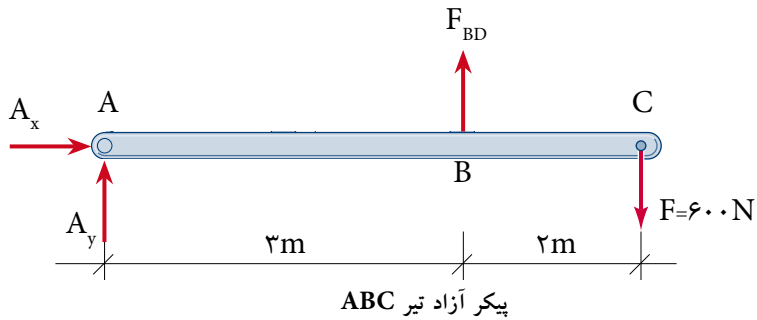
عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیر **ABC** را به‌دست آورید.



گام اول:

ترسیم پیکر آزاد تیر ABC

چون عضو BD میله است و با توجه به این‌که در تکیه‌گاه میله‌ای عکس‌العمل تکیه‌گاهی، در راستای میله می‌باشد، خواهیم داشت:



پیکر آزاد تیر **ABC**

گام دوم:

تشکیل معادلات تعادل

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + F_{BD} - 600 = 0 \Rightarrow A_y + F_{BD} = 600\ N \qquad \text{رابطه I}$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 600\times 5 - F_{BD}\times 3 = 0 \Rightarrow \boxed{F_{BD} = 1000\ N}$$

از رابطه I داریم:

$$A_y + F_{BD} = 600 \Rightarrow A_y + 1000 = 600 = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = -400\ N\downarrow}$$

با توجه به علامت منفی در مقدار A_y، جهت عکس‌العمل تکیه‌گاهی A_y به‌طرف پایین(↓)خواهد بود.

خلاصهٔ فصل

- مفهوم تعادل آن است که ذره یا جسم مادی هیچ‌گونه حرکت و یا چرخشی نداشته باشد.
- شرط تعادل نقطه مادی آن است که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد یعنی:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

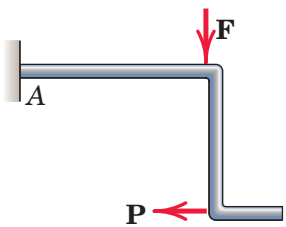
- هرگاه جسم یا نقطه مادی را از محیط اطراف خود جدا و نیروهای وارد بر آن‌ها را در راستاهای موجود نمایش دهیم، پیکر آزاد جسم و یا نقطه مادی را ترسیم نموده‌ایم.
- شرایط تعادل جسم صلب عبارت‌است از:

$$\begin{cases} \Sigma F_X = 0 \\ \Sigma F_Y = 0 \\ \Sigma M = 0 \end{cases}$$

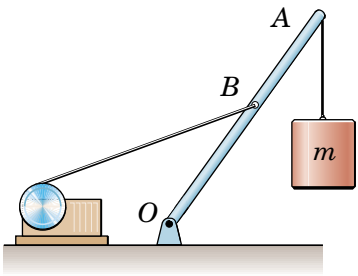
- برای تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی از معادلات تعادل جسم صلب و یا نقطهٔ مادی استفاده می‌شود.

خودآزمایی

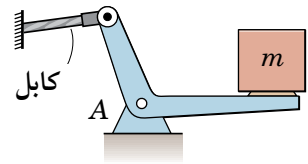
۱- پیکر آزاد هر کدام از شکل‌های زیر را رسم نمائید.



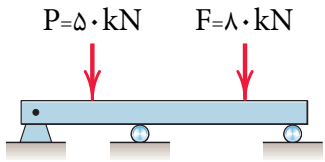
(الف)



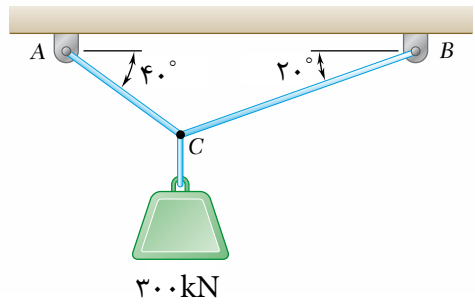
(ب)



(ج)

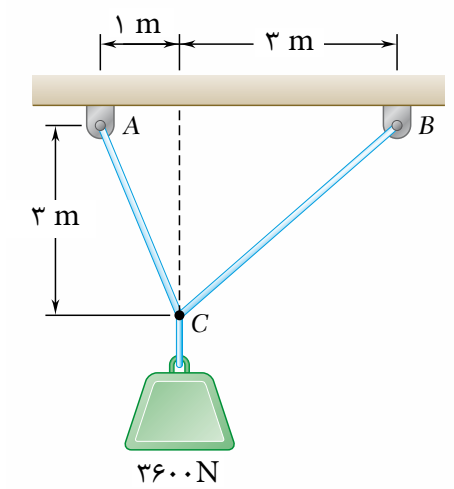


(د)

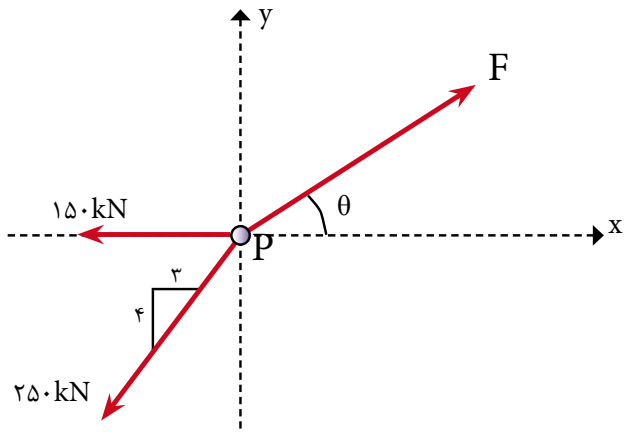


(ه)

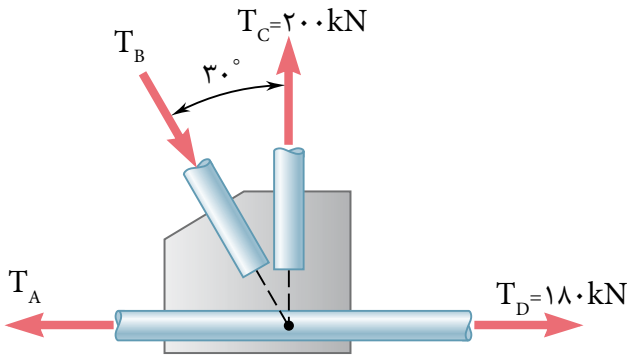
۲- کشش کابل‌ها را در شکل زیر به‌دست آورید.



۳- مقدار نیروی **F** و زاویهٔ θ را طوری تعیین کنید که ذرهٔ مادی **P** در حال تعادل باشد.

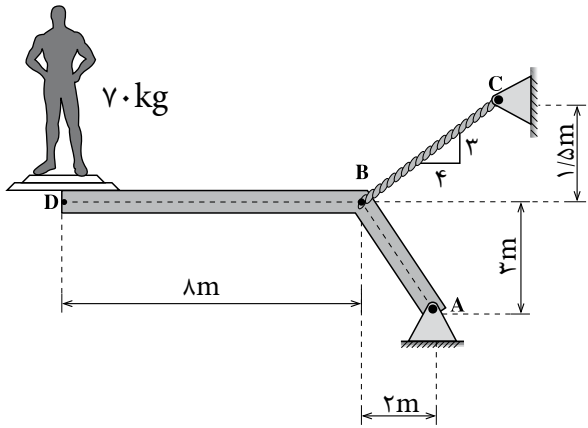


۴- مقدار $\mathbf{T_A}$ و $\mathbf{T_B}$ را طوری تعیین کنید که تعادل در اتصال شکل زیر برقرار باشد.

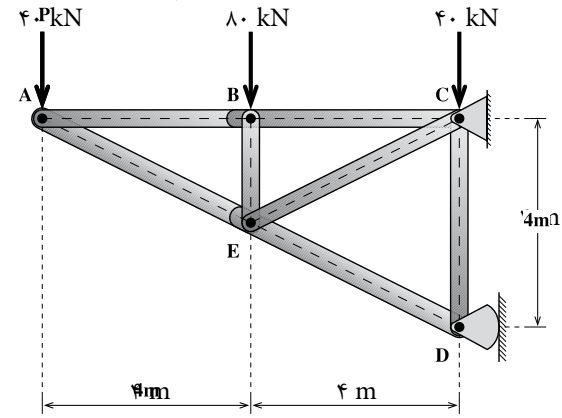


۵- عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را در شکل‌های زیر به‌دست آورید.

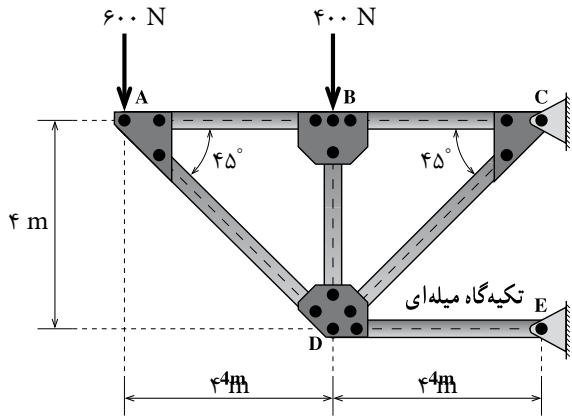
$(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$



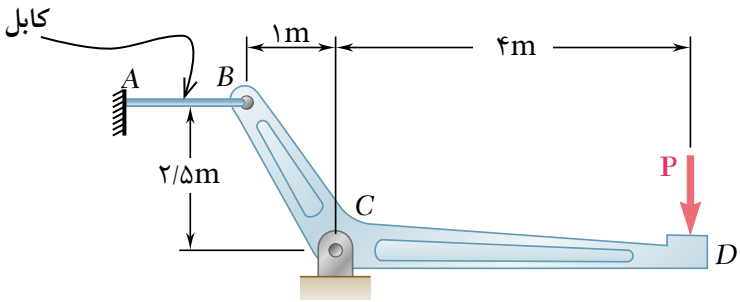
(الف)



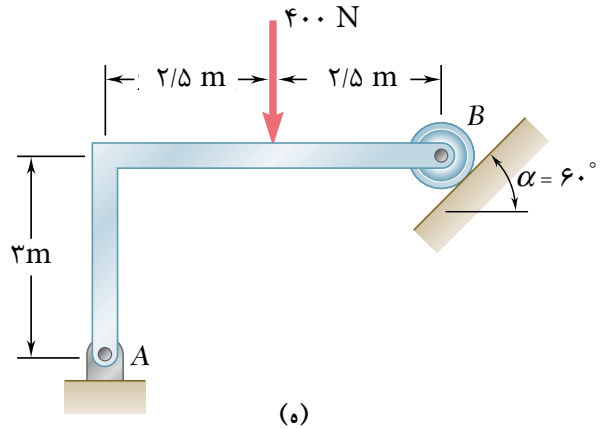
(ب)



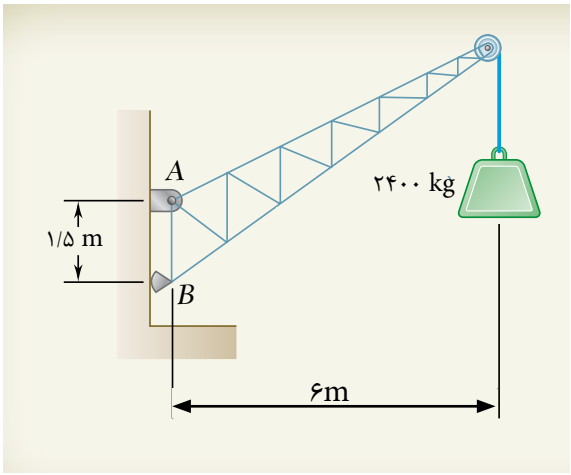
(ج)



(د)



(ه)



(و)